Изданіе В. П. Быкова.

„Сократить время—удлиннить жизнь"...

„БЫСТРОСЧЕТЪ"

(СТЕНАРИТМІЯ).

ИСКУССТВО ПРОИЗВОДИТЬ ВЪ УМѢ ВЫЧИСЛЕНІЯ СЪ БЫСТРОТОЮ МЫСЛИ.

Профессора Л. Ришара.

Переводъ съ французскаго подъ редакціею С. В. Лурье.

СОДЕРЖАНІЕ:



1902.

Изданіе В. П. Быкова.

„Сократить время — удлиннить жизнь“...

„БЫСТРОСЧЕТЪ“

(СТЕНАРИТМІЯ).

ИСКУССТВО ПРОИЗВОДИТЬ ВЪ УМѢ ВЫЧИСЛЕНІЯ СЪ БЫСТРОТОЮ МЫСЛИ.

Профессора Л. Ришара.

Переводъ съ французскаго подъ редакціею С. В. Лурье.

СОДЕРЖАНІЕ:

Сложеніе: Роль цифръ. Быстрое сложеніе двухъ или трехъ столбцовъ цифръ. **Вычитаніе:** Роль цифръ. Прямое и обратное вычитаніе. **Умноженіе:** Роль цифръ. Умноженіе безъ частныхъ произведеній. **Единовременное и совмѣстное дѣйствіе сложенія, вычитанія и умноженія** (сразу получаются цифры результата). **Моментальное опредѣленіе квадратовъ 1000 первыхъ чиселъ. Дѣленіе** безъ частныхъ дѣлимыхъ. **Умноженіе и дѣленіе, приведенное къ сложенію.** Поразительныя сокращенія въ вычисленіи процентовъ.



1902.



Дозволено цензурою. Москва, 7 мая 1902 г.



Необходимо прочитать.

Всѣмъ извѣстно, что въ западно-европейскихъ счетныхъ учрежденiяхъ и въ иностранныхъ конторахъ—у насъ, при вычисленiяхъ, совершенно не пользуются такими орудiями инструментальнаго счета, какъ наши простые русскiе счеты. Всѣ подсчеты и вычисленiя тамъ производятся въ умѣ, и человѣку, не привычному къ такимъ способамъ вычисленiй, покажется нѣсколько изумительнымъ, какъ какой-нибудь конторщикъ подсчитываетъ цѣлыя страницы многозначныхъ итоговъ въ умѣ съ помощiю только одного указательнаго пальца, которымъ онъ замѣчаетъ вошедшiя въ его умственныя вычисленiя цифры. Но на самомъ дѣлѣ въ этомъ рѣшительно нѣтъ ничего изумительнаго. Все сводится къ простому практическому навыку по извѣстной строго опредѣленной системѣ.

Безспорно лучшею въ этомъ случаѣ системою слѣдуетъ назвать предлагаемый нами трудъ бывшаго про-

фессора Политехнической парижской Ассоціаціи Л. Ришара, получившаго за нее *почетный отзывъ* на всемірной выставкѣ въ Антверпенѣ въ 1885 г.; *почетный отзывъ* на парижской выставкѣ наукъ и искусствъ въ 1886 г.; *почетный отзывъ* на парижской выставкѣ гигіены въ 1888 году; *почетный отзывъ* на парижской всемірной выставкѣ въ 1889 г.; *серебряную медаль* на парижской выставкѣ въ 1890 г.; *бронзовую медаль* на парижской рабочей выставкѣ въ 1891 году, и *золотую медаль* на парижской выставкѣ наукъ и искусствъ въ 1894 году.

Система эта представляетъ собою *новый ариѳметическій методъ*, благодаря которому *почти мгновенно можно получать результаты какого угодно дѣйствія или даже нѣсколькихъ одновременныхъ дѣйствій, причемъ не приходится писать никакихъ цифръ за исключеніемъ* цифръ вывода.

Но, предлагая читателямъ этотъ трудъ, мы считаемъ необходимымъ оговориться, что желающіе что либо почерпнуть изъ него для себя должны отнестись къ нему *возможно внимательнѣе и непремѣнно такъ продумать каждое данное имъ положеніе, скрѣпивъ его цѣлымъ рядомъ своихъ собственныхъ практическихъ примѣровъ*, чтобы оно улеглось въ сознаніи безусловно прочно и чтобы къ нему не приходилось возвращаться вновь. Мало этого, какъ способность къ музыкѣ должна поддерживаться ежедневною практикою, такъ и искусство умственныхъ

вычисленій должно поддерживаться *неукоснительными ежедневными упражненіями—по крайней мѣрѣ первое время.* Всякое же иное отношеніе къ этому труду, прежде всего *создаетъ безусловно невѣрное*, скоропалительное *заключеніе о немъ;* а затѣмъ отъ читающаго ускользнутъ даже самыя элементарныя стремленія автора труда. Легко относящійся къ этой книгѣ совершенно упуститъ изъ вида, что авторъ стремится *не къ многословію,* а къ передачѣ своей теоріи въ цѣломъ рядѣ расположеній первыхъ девяти цифръ по извѣстнымъ схемамъ, желая, во первыхъ, чтобы читатель *болѣе самостоятельнымъ путемъ усвоилъ его положенія*, а во вторыхъ, чтобы онъ выработалъ въ себѣ навыкъ безъ всякаго напряженія ума и памяти *однимъ только зрительнымъ процессомъ*, видя соединенія цифръ 4+5, читать 9; 14—8 читать 6; 9×9 читать 81 и т. д.

Разъ это будетъ достигнуто, достигнуто будетъ все. Кромѣ того, система Ришара въ широкой мѣрѣ пополняетъ много пробѣловъ, которые существуютъ въ преподаваніи способовъ вычисленій вообще. Продолжительное и утомительное напряженіе, медленность, съ которою получается результатъ, ошибки, въ которыя впадаютъ, благодаря употребленію множества тяжело произносимыхъ цифръ, являются естественнымъ послѣдствіемъ недостатка теоріи вычисленій и темнымъ пятномъ въ области ариѳметики. Система Ришара все это далеко оставила за собою. Такъ что предлагаемый нами

въ переводѣ трудъ представляетъ собою по своей оригинальности большую новость и открываетъ настоящій прогрессъ, прежде всего, въ наукѣ о числахъ, а затѣмъ и въ практической жизни, гдѣ каждый послѣдователь этой системы внесетъ въ нашу счетную систему слѣдующія три положенія: *быстроту, простоту и точность*.

Издатель.

Общія основанія.

Цифры одного и того же ряда.—Цифры противоположнаго ряда.

1. Изъ девяти цифръ [1]) раздѣленныхъ на двѣ части

I	II	III	IV	**5**	I	II	III	IV
1	2	3	4		6	7	8	9

цифрою **5**, можно, какъ будетъ видно впослѣдствіи, составить четыре группы по двѣ цифры въ каждой, которыя мы назовемъ *цифрами одинаковаго ряда*.

I	II	III	IV
1—6	2—7	3—8	4—9

Напротивъ, цифры крайнихъ рядовъ I-IV и среднихъ II-III, называемыхъ также *противоположными рядами*, (ст. 2), будемъ называть *цифрами противоположныхъ рядовъ*.

I	II	III	IV
1—6	**2—7**	**3—8**	**4—9**

2. Прежде всего замѣтимъ, что въ *крайнихъ рядахъ* нечеты [2]) (**1**, **9**), и четы (**6**, **4**), какъ впрочемъ, и

---

[1]) Условимся употреблять слово „цифра“ для чиселъ, состоящихъ изъ одной цифры, оставляя слово „число“ для чиселъ, состоящихъ болѣе чѣмъ изъ одной цифры.

[2]) Для краткости мы будемъ называть четныя цифры словомъ „четъ“, а нечетныя—„нечетъ“.

въ *среднихъ рядахъ* четы (**2, 8**) и нечеты (**3, 7**), даютъ въ суммѣ **10**, что насъ приводитъ къ опредѣленію противоположныхъ цифръ, какъ цифръ, дополняющихъ другъ друга до 10; такимъ образомъ 1 противоположна 9; 2 противоположно 8 и т. д.

Мы разсматриваемъ цифры или по ихъ положенію въ натуральномъ ряду чиселъ, или по ихъ мѣсту въ каждомъ ряду, или, наконецъ, по ихъ ряду въ четахъ, или нечетахъ.

Вотъ тѣ основанія, благодаря которымъ представляется возможность значительно сократить вычисленія.

Суммы и остатки.

3. Мы обозначимъ словомъ *сумма* результатъ соединенія двухъ цифръ, если онъ менѣе, или равенъ **10**, и *остаткомъ* результатъ, когда онъ болѣе **10**.

$3 + 4 = 7$ — 7 есть сумма.
$6 + 8 = .4$ — 4 есть остатокъ.

Примѣчаніе. Точка, стоящая впереди остатка, замѣщаетъ цифру десятка.

СЛОЖЕНІЕ.

4. *Отъ сложенія двухъ четныхъ цифръ получается въ суммѣ четъ. Если же одна изъ слагаемыхъ четная, другая нечетная, то въ суммѣ получается нечетъ.*

Роль цифры 5.

Отъ сложенія двухъ четныхъ, или нечетныхъ цифръ противоположныхъ рядовъ получается въ суммѣ 10.

Отъ сложенія же 2-хъ цифръ тѣхъ же рядовъ, стоящихъ по одну и ту же сторону 5 получится 5, какъ сумма или остатокъ [1]).

Если при сложеніи одна изъ цифръ—5, а другая—какая нибудь цифра любого ряда, то въ результатѣ получится вторая цифра той же группы.

О—5 [2])

I		II		III		IV
1—6		**2—7**		**3—8**		**4—9**
	8		**0**		**2**	
	1 и 7		2 и 8		9 и 3	
	6 2		7 3		4 8	
	1 и 2	**4**	2 и 3	**6**	9 и 8	
	6 7	1 и 3	7 8	2 и 4	4 3	
	3	6 8	**5**	7 9	**7**	
		1 и 8		2 и 9		
		6 3		7 4		
		9	**0**	**1**		
			1 и 9			
			6 4			
			1 и 4			
			6 9			
			5			

I. Когда складываются сама съ собою, или одна съ другою двѣ цифры какого нибудь крайняго ряда, то въ суммѣ получится цифра смежнаго съ нимъ ряда

[1]) Правило: Остатокъ получается, когда складываются двѣ противоположныя цифры, стоящія направо отъ 5, и сумма налѣво.

[2]) Для болѣе лучшаго усвоенія предлагаемыхъ правилъ рекомендуется, прочитывая ихъ, *непремѣнно* обращать вниманіе на цифровые примѣры.

средняго. Если же такимъ образомъ складываются цифры какого нибудь средняго ряда, то въ суммѣ получается цифра крайняго не смежнаго съ нимъ ряда.

II. Когда складываются двѣ цифры четныхъ рядовъ, то въ суммѣ получается цифра нечетнаго не промежуточнаго ряда. Сложенiе же двухъ цифръ нечетныхъ рядовъ даетъ въ суммѣ цифру не промежуточнаго четнаго ряда.

III. Когда складываются двѣ цифры двухъ послѣдовательныхъ рядовъ, то въ суммѣ получается цифра смежнаго съ нимъ ряда.

5. Познакомимся теперь съ другимъ способомъ составленiя суммъ и остатковъ и разсмотримъ роль цифръ въ крайнихъ и среднихъ рядахъ.

I.—Крайнiе ряды.

I	II	III	IV
1—6	2—7	3—8	**4—9**

При сложенiи **9** и **4** съ цифрой какого нибудь ряда, получается четъ или нечетъ непосредственно низшаго ряда.

9 и 9, 4 4 } = 8
4 и 9 = 3

9 и 7, 4 2 } = 6 9 и 3, 4 8 } = 2

9 и 2, 4 7 } = 1 9 и 8, 4 3 } = 7

При такомъ же сложенiи **6** и **1** получается четъ или нечетъ непосредственно высшаго ряда:

6 и 2 = 8 6 и 6 = .2 6 и 8 = .4
6 7 = .3 6 3 = 9

II.—Среднiе ряды.

I	II	III	IV
1—6	**2—7**	**3—8**	4—9

При сложенiи **2** или **7** съ какой нибудь цифрой четнаго ряда, а **8** или **3** съ цифрой нечетнаго ряда, получается одна изъ цифръ ряда того же типа (четнаго или нечетнаго).

2 и 2, 7 7 } = 4 8 и 8, 3 3 } = 6
7 2 = 9 3 8 = 1

При сложенiи же **2** или **7**, **3** или **8** съ цифрой слѣдующаго за ними ряда, получается одна изъ цифръ средняго противоположнаго ряда.

6. Перейдемъ теперь къ сложенiю столбца цифръ.

Сложенiе столбца цифръ.

2 8 = 10	**9 7 = 16**	**6 8 = 14**
4 6 = 10	**8 4 = 12**	**4 7 = 11**
3 7 = 10	**5 3 = 8**	**6 9 = 15**
1 9 = 10	**9 2 = 11**	**7 6 = 13**
40	**47**	**53**

1. Говорятъ: 1 и 1, 2 и 1, 3 и 1, четыре или болѣе быстро: *четыре.*

2. Говорятъ: 1 6 (одинъ шесть) и 1 2 (одинъ два)= =2 8 и 8=3 6 и 1 1=47; или болѣе быстро: *одинъ шесть, два восемь, три шесть, четыре семь.*

3. Говоратъ: 1 4 (одинъ четыре) и 1 1 (одинъ одинъ)=2 5 и 1 5=4 и 1 3 = 5 3, или болѣе быстро. *одинъ четыре, два пять, четыре, пять три.*

7. Правило.—*Для того, чтобы сложить одинъ столбецъ цифръ, соединяютъ цифры по двѣ—послѣдняя цифра можетъ стоять отдѣльно—и въ то же время ихъ складываютъ, произнося отдѣльно десятки и отдѣльно единицы, присоединяя къ десяткамъ новые десятки, если таковые получаются при сложеніи двухъ послѣдовательныхъ соединеній.*

Мгновенное сложеніе двухъ многозначныхъ чиселъ.

8. Усвоивъ все изложенное относительно суммъ и остатковъ однозначныхъ чиселъ, попробуемъ быстро написать сумму двухъ многозначныхъ чиселъ:

Напримѣръ:

	5 4 8 3		5 4 8 3
	8 3 7 9		8 3 7 9
Остатки . .	3 5 2	сразу. .	**1** 3 8 6 2
Сумма . . .	7		

Изъ предложеннаго сложенія видно, что остатокъ 13 не мѣняется; такимъ образомъ говорятъ 13 тысячъ.

Сумма 7 справа увеличивается на одну единицу, благодаря остатку 5 (8+7), который, въ свою очередь, становится 6, благодаря остатку . 2 (3+9); такимъ образомъ говорятъ 8 6 2; и вмѣстѣ 13862.

Другой примѣръ.

```
 486987
 735248
———————
1222235
```

Съ перваго же взгляда на предложенный примѣръ видно, что всѣ цифры даютъ остатки. Слѣдовательно, остатокъ 1 перейдетъ въ 2, остатокъ 2 въ 3, а цифра единицъ, здѣсь 5 (7 и 8), не измѣняется никогда. Такимъ образомъ получается все число 1 222 235.

9. Считая эти примѣры достаточными, перейдемъ къ сложенію нѣсколькихъ столбцовъ цифръ сразу.

Сложеніе двухъ столбцовъ цифръ.

10. *Чтобы сложить два столбца цифръ сразу, берутъ сумму двухъ первыхъ чиселъ и прибавляютъ ее къ третьему числу, новую сумму прибавляютъ къ четвертому и т. д.*

8 6 Прежде всего складываютъ десятки
4 9 8 и 4 однимъ пріемомъ, принимая въ соображеніе десятокъ 1, полученный отъ сложенія единицъ 6+9

Что даетъ **13 5;** произносятъ же **тринадцать—пять.**

7 5 Прибавляемъ 13 5 къ цифрѣ 7 десятковъ
3-го числа 7 5, принимая въ соображеніе десятокъ отъ 5+5.

Что даетъ **21 0;** произносятъ же **двадцать одинъ.**

3 8 Прибавляемъ 21 къ цифрѣ 3 десятковъ
4-го числа 3 8, присоединяя цифру 8

	Что даетъ **24 8;**	произносятъ же **двадцать четыре—восемь.**
9 3	Прибавляемъ 24 8 5-го числа 9 3,	къ цифрѣ 9 десятковъ не забывая десятокъ 1 и остатокъ 1 (8+3)
	Что даетъ **34 1;**	произносятъ же **тридцать четыре одинъ.**
2 7	Прибавляемъ 34 1 6-го числа 2 7,	къ цифрѣ 2 десятковъ присоединяя сумму 8 (1+7)
3 6 8	Что даетъ **36 8;**	произносятъ же **тридцать шесть—восемь.**

При сложенiи цифръ по двѣ, результатъ получается быстрѣе; произносятъ отдѣльно сотни, десятки и единицы.

93 **47**	140	**23** **14**	37
68 **29**	237	**37** **64**	138
36 **84**	357	**28** **79**	245
63 **18**	438	**31** **65**	341
438		**341**	

Говорятъ:

140 и 97, **237** и 120, **357** и 81, **438.**

и быстрѣе:

Одинъ четыре нуль, два три семь, три пять семь, четыре три восемь.

Сложенiе трехъ столбцовъ цифръ.

11. Чтобы сложить три столбца цифръ сразу, поступаютъ подобно тому, какъ мы сейчасъ сдѣлаемъ:

498,25 **977,45**	Производятъ дѣйствiе надъ двумя столбцами десятичныхъ частей. Складывая по предыдущему 1-я два числа, получаемъ 7 десятковъ;		
389,85	Прис. 3-е чис. 8 5, получ.	**15 5**	*пятнадцать пять.*
627,95	„ 4-е „ 9 5, „	**25 0**	*двадцать пять нуль.*
869,35	„ 5-е „ 3 5, „	**28 5**	*двадцать восемь пять.*
335,60	„ 6-е „ 6 0, „	**34 5**	*тридцать четыре пять.*
3698,45			

Такимъ образомъ 34 5—сумма десятичныхъ частей. Пишемъ[1]) только двѣ правыя цифры, удерживая въ памяти первую цифру 3.

Далѣе соединяютъ два первыхъ числа 498+977 и, не произнося написанныя числа, складываютъ отдѣльно сотни, десятки и единицы, прибавивъ къ послѣднимъ удержанную въ памяти цифру 3:

498					
977		*четырнадцать*	*семь*	*восемь*	(.3.6.5+3)
389	Затѣмъ 3-е чис.	*восемьнадцать*	*шесть*	*семь*	(.7.5.7)
627	„ 4 „ „	*двадцать четыре*	*девять*	*четыре*	(.4 8.4)
869	„ 5 „ „	*тридцать три*	*шесть*	*три*	(.2.5.3)
335	Након. 6 „ „	*тридцать шесть*	*девять*	*восемь*	(.6 9 8)

При сложенiи обыкновеннымъ способомъ была бы сдѣлана не одна ошибка, такъ какъ одно чтенiе чиселъ было бы очень труднымъ.

[1]) Здѣсь и въ дальнѣйшемъ изложенiи мы употребляемъ слово „пишемъ“, полагая, что начинающiе изучать предлагаемую книжку производятъ сначала всѣ упражненiя письменно и лишь по мѣрѣ прiобрѣтенiя навыка постепенно переходятъ къ устнымъ вычисленiямъ.

Тысяча четыреста семьдесятъ восемь.
Тысяча восемьсотъ шестьдесятъ семь.
Двѣ тысячи четыреста девяносто четыре.
Три тысячи триста шестьдесятъ три.
Наконецъ *Три тысячи шестьсотъ девяносто восемь.*

Гораздо легче сказать: **тридцать шесть, девять, восемь.**

ВЫЧИТАНІЕ.

12. *Если при вычитаніи уменьшаемое и вычитаемое оба четны или оба нечетны, разность будетъ четная. Если же одно изъ нихъ четное, другое не четное, разность будетъ нечетная.*

Роль цифры 5.

0—5

I	II	III	IV
1—6	**2—7**	**3—8**	**4—9**

Когда вычитаютъ изъ **0** или **5** цифру какого нибудь ряда, получаютъ четъ или нечетъ противоположнаго ряда.

Если изъ одной цифры какого нибудь ряда вычитаютъ 5, то получается другая цифра того же ряда.

Когда вычитаются другъ изъ друга двѣ цифры крайнихъ рядовъ, въ разности получается **3** или **8** если цифра меньшаго ряда вычитается изъ цифры большаго ряда, и **7** или **2** въ обратномъ случаѣ. Для цифръ среднихъ рядовъ получается **1** или **6** и **9** или **4**.

Вычитаніе прямое и обратное [1]).

1—6   **1—6**   **1—6**
1 изъ 2 1 изъ 7   2 изъ 3 2 изъ 8   3 изъ 4 3 изъ 9
6 76 2   7 87 3   8 98 4

2 изъ 1 7 изъ 1   **2—7**   3 изъ 2 8 изъ 2   **2—7**   4 изъ 3 9 изъ 3
7 62 6   1 изъ 3 1 изъ 8   8 73 7   2 изъ 4 2 изъ 9   9 84 8
9—4   6 86 3   **9—4**   7 97 4   **9—4**

3 изъ 1 8 изъ 1   4 изъ 2 9 изъ 2
8 63 6   **3—8**   9 74 7
8—3   1 изъ 4 1 изъ 9   **8—3**
6 96 4

4 изъ 1 9 изъ 1
9 64 6
7—2

I. Если вычитываются другъ изъ друга цифры 2-хъ послѣдовательныхъ рядовъ, то въ разности получается **1** или **6** и **9** или **4**, смотря по тому, находятся ли онѣ въ прямомъ или обратномъ порядкѣ.

II. При вычитаніи двухъ цифръ, если обѣ онѣ нечетнаго или обѣ четнаго ряда и взяты въ прямомъ порядкѣ, получается **2** или **7**; если же онѣ взяты въ обратномъ порядкѣ, получается **8** или **3**.

13. Новый способъ составленія разностей для цифръ:

I. Крайнихъ рядовъ.

I	II	III	IV
1—6	2—7	3—8	**4—9**

При вычитаніи **9** и **4** изъ цифры какого нибудь ряда, получается четъ или нечетъ ряда непосредственно высшаго.

---

[1]) Когда цифры уменьшаемаго больше цифръ вычитаемаго, вычитаніе наз. *прямымъ*. Въ противномъ случаѣ *обратнымъ*.

Такимъ образомъ вычитаніе прямое, когда вычитается 5 изъ 7 и обратное, когда вычитается 7 изъ 5.

9 изъ 2 = 3
4 2 = 8

9 изъ 8 = 9
4 8 = 4

9 изъ 7 = 8
4 7 = 3

9 изъ 3 = 4
4 3 = 9

При вычитаніи же **6** и **1**, получается четъ или нечетъ ряда непосредственно низшаго.

1 изъ 2 = 1
6 2 = 6

1 изъ 3 = 2
6 3 = 7

1 изъ 7 = 6
6 7 = 1

1 изъ 8 = 7
6 8 = 2

II. Среднихъ рядовъ.

I	II	III	IV
1—6	**2—7**	**3—8**	4—9

При вычитаніи **2** и **7**—цифръ четнаго ряда, или **8** и **3**—цифръ нечетнаго ряда изъ двухъ цифръ какого-нибудь крайняго ряда, получается одна изъ цифръ того же ряда, что и вычитаемое.

2 изъ 1 = 9
7 1 = 4

8 изъ 9 = 1
3 9 = 6

7 изъ 6 = 9
2 6 = 4

3 изъ 4 = 1
8 4 = 6

Если же **2** и **7** или **3** и **8** вычитываются изъ цифры послѣдовательнаго за ними ряда, то получается одна изъ цифръ крайняго противоположнаго ряда.

Прямое вычитаніе.

14. Выведемъ съ помощью соединеній разность двухъ чиселъ.

1) 6978
−1423
5555

2) 8679
−3452
5227

I.—Въ первомъ примѣрѣ цифры уменьшаемаго и вычитаемаго одного и того же ряда: говорятъ сразу 5 5 5 5.

II.—Во второмъ примѣрѣ

(3 изъ 8) три восемь—циф. одного и того же ряда . пишемъ **5**
(4 6) четыре шесть—цифры крайнихъ рядовъ . „ **2**
(5 7) пять семь—четъ второго ряда . . . . . . „ **2**
(2 9) два девять—цифры четныхъ рядовъ . . . „ **7**

97456
− 25142
72314

(2 изъ 9) два девять—цифры четныхъ рядовъ . . . пишемъ **7**
(5 7) пять семь—четъ второго ряда . . . . . . „ **2**
(1 4) одинъ четыре—цифры крайнихъ рядовъ. . „ **3**
(4 5) четыре пять—нечетъ противопол. ряда . . „ **1**
(2 6) два шесть—циф. послѣдовательныхъ ряд. . „ **4**

Обратное вычитаніе.

6726
− 847
5879

(6) цифра, за которой слѣдуетъ вычитаніе обратное . . . . пишемъ **5**
(8 изъ 7) цифры среднихъ рядовъ, вычитаніе обратное, за которымъ слѣдуетъ обратное же . „ **8**
(4 2) —четныхъ рядовъ, вычитаніе обратное, за которымъ слѣдуетъ обратное же. . . . . „ **7**
(7 6) —послѣдовательныхъ рядовъ, вычитаніе обратное . . . . „ **9**

```
 805364
 639629
 ──────
 165735
```

(6 изъ 8) цифры нечетныхъ рядовъ, вычитаніе прямое, за которымъ слѣдуетъ обратное . . . . . . пишемъ **1**
(3 0) нечетъ противоположнаго ряда, за которымъ слѣдуетъ обратное вычитаніе . . . . . . „ **6**
(9 5) четъ противоположнаго ряда, за которымъ слѣдуетъ обратное вычитаніе . . . . . „ **5**
(6 3) цифры нечетныхъ рядовъ, вычитаніе прямое, за которымъ слѣдуетъ прямое же . . . . „ **7**
(2 6) — послѣдовательныхъ рядовъ, вычитаніе прямое, за которымъ слѣдуетъ обратное. . „ **3**
(9 4) цифры одного и того же ряда. . . . . . „ **5**

Вычитаніе при помощи дополненій.

15. *При всякомъ вычитаніи каждый столбецъ единицъ, десятковъ, сотенъ данныхъ чиселъ представляетъ цифры прямыя или обратныя* [1]. *Въ первомъ случаѣ отнимаютъ отъ уменьшаемаго вычитаемое, увеличивъ послѣднее на* **1**, *если столбецъ справа представляетъ цифры обратныя. Во второмъ случаѣ прибавляютъ къ уменьшаемому дополненіе вычитаемаго до* **10** *или до* **9**, *смотря по тому, представляетъ ли столбецъ справа цифры* **прямыя** *или* **обратныя.**

Примѣръ:

```
 94627
 68379
 ─────
 26248
```

Начинаемъ дѣйствіе справа.

1 и 7, „ **8**. Къ 7 прибавляемъ 1—дополненіе 9 до 10.
2 и 2, „ **4**. Къ 2 прибавляемъ 2—дополненіе 7 до 9.
4 изъ 6 „ **2**. Изъ 6 вычитывается 3+1.
2 и 4, „ **6**. Къ 4 прибавляется 2—дополненіе 8 до 10.
7 изъ 9, „ **2**. Изъ 9 вычитывается 6+1.

[1]) Подъ словами прямыя цифры—условимся въ данномъ случаѣ называть прямое вычитаніе двухъ цифръ и наоборотъ.

Удобнѣе начинать дѣйствіе слѣва.

```
 947256
 261874
 ──────
 685382
```

Поступаютъ такимъ образомъ:

3 (2+1) изъ 9 = 6 . . . . пишемъ **6**
4 (дополненіе 6 до 10) и 4 = 8 . . . . „ **8**
2 (1+1) изъ 7 = 5 . . . . „ **5**
1 (дополненіе 8 до 9) и 2 = 3 . . . . „ **3**
3 (дополненіе 7 до 10) и 5 = 8 . . . . „ **8**
наконецъ 4 изъ 6 = 2 . . . . „ **2**

УДВОИТЬ ЧИСЛО.

Ряды	1 2 3 4	Ряды	1 2 3 4
Удвоен. четъ . .	**2 4 6 8**	Удвоен. нечетъ .	**3 5 7 9**
Соотвѣтств. . .	6 7 8 9	Соотвѣтств. . . .	6 7 8 9

16. *При удвоеніи числа удваивается отдѣльно каждая цифра, при чемъ, смотря по мѣсту, которое занимаетъ цифра въ данномъ числѣ, получается удвоенный четъ, если слѣдующая цифра меньше 5, и удвоенный нечетъ, если слѣдующая цифра есть 5 или больше 5.*

Удвоить 4 2 3 1
Отвѣтъ 8 4 6 2

Такъ какъ цифры предложеннаго числа 4231 каждая въ отдѣльности меньше 5, то пишемъ соотвѣтствующіе имъ удвоенные четы, т.-е. 8462; это и есть результатъ.

Удвоить 4 8 3 7 2 6
Отвѣтъ 9 6 7 4 5 2 сразу

Начинаемъ дѣйствіе слѣва:

4 слѣд. цифра больше 5, получимъ 4-й удв. нечетъ, пишемъ **9**
8 „ „ меньше 5 „ 3-й „четъ „ **6**

3	слѣд. цифра	больше 5	получимъ	3-й удв		нечетъ	пишемъ	**7**
7	» »	меньше 5	»	2-й	»	нечетъ	»	**4**
2	» »	больше 5	»	2-й	»	нечетъ	»	**5**
6	1-я цифра		»	1-й	»	четъ	»	**2**

Если одна изъ цифръ даннаго числа есть **0** *или* **5**, *то цифра, которая должна соотвѣтствовать ей въ удвоенномъ числѣ, будетъ* **0**, *если слѣдующая цифра меньше 5, и* **1**, *если слѣдующая цифра есть 5 или больше 5:*

Удвоить 2 0 4 6.

2 пишемъ 2-й удв. четъ . . . 4
0, за котор. слѣдуетъ цифра меньше 5, пишемъ 0
4 пишемъ 4-й удв. нечетъ . . 9
6 1-й удв. четъ пишемъ . . . 2

Удвоить 3 0 6 8.

3 пишемъ 3-й удв. четъ. . . . 6
0, за кот. слѣд. цифра больше 5, пишемъ 1
6 пишемъ 1-й удв. нечетъ. . . 3
8 1-й удв. четъ пишемъ . . . 6

Замѣтимъ, что если первая цифра слѣва въ удваиваемомъ числѣ есть **5** или больше **5**, то, очевидно, надо поставить **1** передъ той цифрой, которая соотвѣтствуетъ ей въ двойномъ числѣ. Такимъ образомъ, удвоивъ 6 3 8, получимъ **1** 2 7 6.

УМЕНЬШИТЬ ЧИСЛО ВДВОЕ.

Ряды	1	2	3	4
Удвоен. четъ	**2**	**4**	**6**	**8**
Соотвѣтств.	6	7	8	9

Ряды	1	2	3	4
Удвоен. нечетъ	**3**	**5**	**7**	**9**
Соотвѣтств.	6	7	8	9

17. *Чтобы уменьшить число вдвое, уменьшаютъ каждую его цифру отдѣльно, разсматривая ее, какъ удвоенный четъ или удвоенный нечетъ. Въ результатѣ всегда получается цифра „ряда“, если предшествующая цифра четная; если же предшествующая цифра—нечетъ, въ результатѣ получится „соотвѣтствующая“:*

Уменьшить 8 4 6 2; *получимъ* 4, *потомъ* 2, *потомъ* 3, *потомъ* 1.

Уменьшить 4 7 2 8 5 9
2 3 6 4 2 9 5

4, впереди ея цифры нѣтъ, получимъ цифру 2-го ряда, т.-е.								**2**
7, ей предшествуетъ четная	»	»	3	»	»	»		**3**
2, » »	нечетная	»	соотв.	1	»	»	»	**6**
8, » »	четная	»	цифру	4	»	»	»	**4**
5, » »	»	»	»	2	»	»	»	**2**
9, » »	нечетная	»	соотв.	4	»	»	»	**9**
и такъ какъ она нечетная цифра, то за ней слѣдуетъ								**5**

При уменьшеніи вдвое **0** *и* **1**, *не имѣющихъ опредѣленнаго ряда—получается 0 или 5, смотря по тому, будетъ ли предшествующая цифра четная или нечетная:*

Уменьшить 4092.

4 Получ. циф. 2-го ряда, т. е. . **2**
0 ему предшест. четная, слѣд . **0**
9 получ. циф. 4-го ряда, т. е. . **4**
2 предшест. нечетомъ, слѣд. соотвѣтст. 1-го ряда, т. е . **6**

Уменьшить 6136.

6 получ. циф. 3-го ряда, т. е. . **3**
1 ей предшест. четная, слѣд **0**
3 предшест. нечет., слѣдов. соотвѣтст. 1-го ряда или. . **6**
6 предшест. нечет., слѣдов. соотвѣтст. 3-го ряда или. . **8**

УМНОЖЕНІЕ.

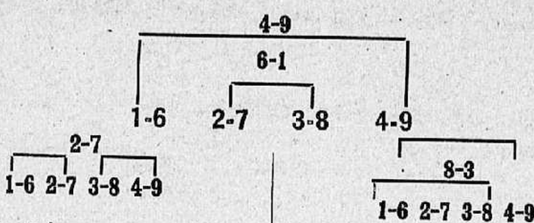
18. *Произведеніе четной цифры на четную и четной на нечетную даетъ въ результатѣ четную. Произведеніе же нечетной на нечетную—даетъ нечетную.*

Значеніе цифры 5.

Рядъ	1	2	3	4
Четн.	**2**	**4**	**6**	**8**

Рядъ	1	2	3	4
Нечетн.	**3**	**5**	**7**	**9**

При умноженіи 5 на четную цифру получается лѣвою цифрою произведенія цифра ряда, а правою всегда 0; при умноженіи же 5 на нечетную цифру получается лѣвою цифрою—цифра ряда, а правою всегда 5.



Лѣвая цифра произведенія.

При умноженіи 2-хъ цифръ, остатокъ (§ 3) которыхъ равенъ 5 или на единицу меньше или больше 5, лѣвая цифра произведенія будетъ равна самому остатку.

$7.8 = 5$
$\left.\begin{matrix}7.7\\6.8\end{matrix}\right\} = 4$
$8.8 = 6$

Если промежуточная между данными цифрами будетъ 5 или цифра большая, то получается самый рядъ этой цифры или непосредственно низшій.

$\left.\begin{matrix}4.6\\3.7\end{matrix}\right\} = 2$
$2.8 = 1$

Если остатокъ (§ 3) между множителями равенъ 1, или 2, или 3, лѣвой цифрой произведенія будетъ цифра на 1 большая остатка.

$\left.\begin{matrix}3.8\\4.7\end{matrix}\right\} = 2$ $\left.\begin{matrix}6.6\\4.8\end{matrix}\right\} = 3$ $6.7 = 4$

Если же сумма множителей равна 9, или 8, или 7, то лѣвой

Правая цифра произведенія.

При умноженіи цифры одного изъ среднихъ рядовъ (§ 2) на цифру другого средняго ряда и при перемноженіи цифръ каждаго крайняго ряда другъ на друга, правой цифрой произведенія будетъ всегда **6** или **1**.

$\left.\begin{matrix}2.3\\2.8\\7.8\end{matrix}\right\} = 6$
$7.3 = 1$

$\left.\begin{matrix}1.6\\6.6\end{matrix}\right\} = 6$ $\left.\begin{matrix}4.9\\4.4\end{matrix}\right\} = 6$
$1.1 = 1$ $9.9 = 1$

Наоборотъ, при умноженіи цифры одного изъ крайнихъ рядовъ на цифру другого крайняго ряда и при умноженіи цифръ каждаго средняго ряда другъ на друга, правой цифрой произведенія всегда будетъ **4** или **9**.

$\left.\begin{matrix}1.4\\6.4\\6.9\end{matrix}\right\} = 4$
$1.9 = 9$

$\left.\begin{matrix}2.7\\2.2\end{matrix}\right\} = 4$ $\left.\begin{matrix}3.8\\8.8\end{matrix}\right\} = 4$
$7.7 = 9$ $3.3 = 9$

При перемноженіи цифръ двухъ послѣдовательныхъ рядовъ, правой цифрой произве-

цифрой произведенія всегда будетъ 1.

$\left.\begin{matrix}2.7\\3.6\end{matrix}\right\} = 1$ $\left.\begin{matrix}4.4\\2.6\end{matrix}\right\} = 1$ $3.4 = 1$

денія будетъ **2** или **7**, а непослѣдовательныхъ **8** или **3**.

$\left.\begin{matrix}1.2\\6.2\\6.7\end{matrix}\right\} = 2$ $\left.\begin{matrix}9.8\\4.8\\4.3\end{matrix}\right\} = 2$
$1.7 = 7$ $9.3 = 7$
$\left.\begin{matrix}1.8\\6.3\\6.8\end{matrix}\right\} = 8$ $\left.\begin{matrix}9.2\\4.7\\4.2\end{matrix}\right\} = 8$
$1.3 = 3$ $9.7 = 3$

При умноженіи какой-нибудь цифры на **9** *лѣвая цифра произведенія будетъ на* **1** *меньше данной цифры.*

19. Вотъ другой способъ образованія произведеній. Сюда войдутъ только крайніе и средніе ряды.

Правой цифрой произведенія:

I. для крайнихъ рядовъ.

I	II	III	IV
1—6	2—7	3—8	**4—9**

при умноженіи цифры какого нибудь ряда на **6** или **1** будетъ четъ или нечетъ того же ряда.

На **9** или **4** будетъ четъ или нечетъ ряда противоположнаго.

II. для среднихъ рядовъ.

I	II	III	IV
1—6	**2—7**	**3—8**	4—9

При умноженіи какой-нибудь цифры крайняго ряда на **2** или **7** и **8** или **3** будетъ цифра того средняго ряда, къ которому относится одна изъ этихъ цифръ (2, 7, 8 или 3) или слѣдующаго средняго ряда.

Лѣвой цифрой произведенія.

Ряды	1	2	3	4
Четн.	**2**	**4**	**6**	**8**

Ряды	1	2	3	4
Нечетн.	**3**	**5**	**7**	**9**

I. Для цифръ крайнихъ рядовъ: **9-6** или **4.**

При умноженіи какой нибудь цифры на 9 получается цифра на 1 меньше цифры, взятой для умноженія.

9.6 = 5 9.2 = 1 9.7 = 6 9.3 = 2 9.8 = 7 9.4 = 3 9.9 = 8

При умноженіи **6** или **4** на какую нибудь четную цифру, получается цифра того же ряда, или ряда непосредственно низшаго; произведеніе же 6 и 4 на нечетную меньшую 5, даетъ цифру ряда, и на нечетную больше 5—цифру ряда непосредственно высшаго для 6 и непосредственно низшаго для 4.

6.6 = 3 6.4 = 2 6.2 = 1 6.7 = 4 6.3 = 1 6.8 = 4 4.4 = 1 4.8 = 3 4.3 = 1 4.7 = 2

II. Для цифръ среднихъ рядовъ.

2—7 **8—3**

При умноженіи **2** на цифру большую **5** будетъ 1.

2.5 = 1
2.6 = 1
2.7 = 1
2.8 = 1
2.9 = 1

При умноженіи **7** на четную, меньшую 5-ти, будетъ цифра ряда; на четную, большую 5, и на нечетную будетъ цифра непосредственно высшая, чѣмъ цифра ряда.

7.4 = 2
7.3 = 2
7.7 = 4

При умноженіи **8** на какую-нибудь цифру, меньшую 5, получается четная или нечетная цифра на единицу меньшая той, которую мы взяли:

8.4 = 3
8.3 = 2
8.2 = 1

При умноженіи же на цифру, большую 5, получается цифра на двѣ единицы меньшая той, которую мы взяли:

8.6 = 4
8.7 = 5
8.8 = 6
8.9 = 7

При умноженіи **3** на 5, а также на цифру, меньшую и большую 5 на единицу, получается единица:

3.4 = 1
3.5 = 1
3.6 = 1

При умноженіи же на остальныя цифры получается 2:

3.7 = 2
3.8 = 2
3.9 = 2

Умноженіе безъ частныхъ произведеній.

20. Умноженіе безъ частныхъ произведеній есть не что иное, какъ умѣнье находить полныя произведенія въ томъ порядкѣ, въ какомъ они образуются въ конечномъ результатѣ изъ частныхъ произведеній:

I.

```
6       4             6 4
                    × 7 3
                    -----
7       3           4 6 7 2
```

1 2 единицы	Дѣйствіе	пишутъ	**2**
1 8 } десятки 2 8 }	1 и 8 и 8 = 17	„	**7**
4 2 сотни	1 и 1 и 2 и 2 = 6	„	**6**
4 6 7 2	Наконецъ цифра слѣва 4	„	**4**

Единицы. Первая цифра всего произведенія есть первая цифра произведенія *единицъ на единицы.*

(4 на 3) цифра справа . . . . . 2 пишутъ **2**
(„) цифра слѣва 1

Десятки. Вторая цифра всего произведенія состоитъ изъ лѣвой цифры произведенія единицъ и изъ правыхъ цифръ произведеній на крестъ *десятковъ на единицы*, *единицъ на десятки.*

Складываютъ 1 и 8 (6 на 3) и 8 (4 на 7) = 17, пишутъ **7**
Удержи. въ пам. 1 и 1 (6 на 3) и 2 (4 на 7) = 4.

Сотни. Третья цифра всего произведенія состоитъ изъ удержанной цифры, прибавленной къ лѣвымъ цифрамъ предыдущихъ произведеній, и изъ правой цифры произведенія *десятковъ на десятки.*

Складываютъ 4, сумму лѣвыхъ цифръ, и 2 (6 на 7) = 6, пишутъ **6**

Лѣвая цифра 4.

Тысячи. Четвертая цифра результата есть лѣвая цифра этого послѣдняго произведенія 4 пишутъ **4**

II.

```
  8 7 9
×   4 8
-------
4 2 1 9 2
```

Въ дальнѣйшемъ лѣвыя цифры разсмотрѣнныхъ уже произведеній отдѣляются отъ правыхъ цифръ новыхъ произведеній союзомъ **и.**

1-я и 2-я цифра. По предыдущему пишутъ правую цифру произведенія единицъ на единицы . . . . пишутъ **2**
и въ то же время прибавляютъ лѣвую цифру 7 этого произведенія къ правымъ цифрамъ обоихъ произведеній взятыхъ крестъ на крестъ.

7 и 6 и 6[1]) = 19 „ **9**

Удерж. въ пам. 1 и 5 и 3 = 9.

3-я цифра. Третья цифра всего произведенія состоитъ изъ удержанной въ пам. и изъ лѣвыхъ цифръ предыдущихъ произведеній, прибавленныхъ къ правымъ цифрамъ обоихъ новыхъ произведеній: *сотенъ на единицы, десятковъ на десятки.*

9 и 4 и 8 = 21 „ **1**

Удерж. въ пам. 2 и 6 и 2 = 10.

4-я цифра. Четвертая цифра состоитъ изъ удержанной въ пам. и изъ лѣвыхъ цифръ предыдущихъ произведеній, прибавленныхъ къ правымъ цифрамъ произведенія *сотенъ на десятки.*

10 и 2 = 12 „ **2**

---

[1]) 7 отъ предыдущаго умноженія, 6 отъ 7×8 и 6 отъ 4×9.

Удерж. въ пам. 1.

5-я цифра. Пятая цифра результата состоитъ изъ удержанной въ пам. и изъ лѣвой цифры 3 этого послѣдняго произведенія.

1 и 3 = 4 пишутъ **4**

III.

```
  3879
×   48
186192
```

Для опредѣленія первыхъ трехъ цифръ поступаютъ, какъ сказано выше. **1 9 2**

4-я цифра. Продолжаютъ тѣмъ же способомъ.

Такимъ образомъ:

10 и 4 и 2 = 16 пишутъ **6**

5-я цифра. 1 и лѣвыя цифры 2 и 3 и 2=8. „ **8**

6-я цифра. Пишутъ лѣвую цифру этого послѣдняго произведенія (3 на 4), ... 1 „ **1**

IV.

```
   652
   543
354036
```

1-я и 2-я цифра. Произведеніе единицъ на единицы равно 6 . . . . пишутъ **6**

и правыя цифры произведеній крестъ на крестъ даютъ 13 . . . . „ **3**

Удержанная въ памяти 1 и цифры слѣва 1 и 0 даютъ 2.

3-я цифра. Третья цифра состоитъ изъ удержанной въ пам. 1 и изъ лѣвыхъ цифръ обо-

ихъ предыдущихъ произведеній, прибавленныхъ къ правымъ цифрамъ трехъ новыхъ произведеній: *сотенъ на единицы, десятковъ на десятки, единицъ на сотни.*

2 и 8 и 0 и 0 = 10 пишутъ **0**

1 и 1 и 2 и 1 = 5

4-я цифра. — Удержанная въ памяти 1 и лѣвыя цифры трехъ предыдущихъ произведеній, прибавленныхъ къ правымъ цифрамъ обоихъ новыхъ произведеній: *сотенъ на десятки и десятковъ на сотни.*

5 и 4 и 5 = 14 „ **4**

1 и 2 и 2 = 5

5-я цифра.—Удержанная 1 и лѣвыя цифры обоихъ предыдущихъ произведеній, прибавленныхъ къ правымъ цифрамъ (здѣсь 0) произведенія *сотенъ на сотни.*

5 и 0 = 5 „ **5**

6-я цифра. Шестой цифрой будетъ лѣвая цифра 3 этого послѣдняго произведенія 3 . „ **3**

V.

```
   9652
    543
5241036
```

Три первыя цифры тѣ же, что и въ упражненіи IV. . . . . „ **036**

4-я цифра. Прибавляютъ сумму лѣвыхъ цифръ трехъ предыдущихъ произведеній 5 къ правымъ цифрамъ трехъ новыхъ про-

изведеній: *тысячъ на единицы, сотенъ на десятки, десятковъ на сотни.*

5 и 7 и 4 и 5 = 21 пишутъ **1**

5-я цифра. Удержанная въ пам. 2 и сумма „6" лѣвыхъ цифръ этихъ произведеній, прибавленныя къ правымъ цифрамъ двухъ новыхъ произведеній: *тысячъ на десятки, сотенъ на сотни.*

8 и 6 и 0 = 14 „ **4**

6-я и 7-я цифра. Удержанная въ пам. 1 и сумма „6" лѣвыхъ цифръ, прибавленныя къ произведенію *тысячъ на сотни.*

7 и 5 = 12 „ **2**

Затѣмъ прибавляютъ удержанную въ пам. 1 къ лѣвой цифрѣ послѣдняго произведенія.

1 и 4 = 5 „ **5**

VI.

```
  7654
   839
-------
6421706
```

7654 / **839** / 6	Правая цифра 6 . . . . . пиш. **6** 3 — лѣвая цифра.
7654 / **839** / 0 .	Прибавляютъ 3 къ правымъ цифр. двухъ произведеній на крестъ Произносятъ, склад.: 3 и 5 и 2 = 10 „ **0** (1) 1 и 4 и 1 = 6

7654 / **839** / 7 . .	Прибавляютъ 6 къ правымъ циф. трехъ произведеній на крестъ. Произнос. склад.: 6 и 4 и 5 и 2 = 17 пишутъ **7** (1) 1 и 5 и 1 и 3 = 10
7654 / **839** / 1 . . .	Прибавляютъ 10 къ правымъ циф. трехъ произведеній на крестъ. Произнос. скад.: 10 и 3 и 8 и 0 = 21 „ **1** (2) 2 и 6 и 1 и 4 = 13
7654 / **839** / 2	Прибавляютъ 13 къ правымъ циф. двухъ произведеній на крестъ. Произнос., склад.: 13 и 1 и 8 = 22 „ **2** (2) 2 и 2 и 4 = 8
7654 / **839** / 6421706	Прибавляютъ 8 къ правой цифрѣ произведенія слѣва. Произнос., складывая: 8 и 6 = 14 „ **4** (1) 1 и 5 лѣвая цифра . . . . = 6 „ **6**

VII.

```
    9876
    5348
--------
52816848
```

Первыя три цифры, какъ легко видѣть, будутъ. **848**

Просмотримъ ходъ вычисленій, начиная съ тысячъ или 4-ой цифры произведенія:

Тысячи. Четвертая цифра состоитъ изъ удержанной въ пам. и изъ лѣвыхъ цифръ трехъ предыдущихъ произведеній, прибавленныхъ къ правымъ цифрамъ четырехъ произведеній: *тысячъ на единицы, сотенъ на десятки, десятковъ на сотни, единицъ на тысячи.*

11 и 2 и 2 и 1 и 0=16 пишутъ **6**

Удержанная 1 и 7 и 3 и 2 и 3=16

Десятки тысячъ. Удержанная въ пам. и лѣвыя цифры, прибавленныя къ правымъ цифрамъ трехъ новыхъ произведеній: *тысячъ на десятки, сотенъ на сотни, десятковъ на тысячи.*

16 и 6 и 4 и 5=31 — **1**

Удержанная 3 и 3 и 2 и 3=11

Сотни тысячъ. Удержанная въ пам. и лѣвыя цифры, прибавленныя къ правымъ цифрамъ двухъ новыхъ произведеній: *тысячъ на сотни и сотенъ на тысячи.* 11 и 7 и 0=18 — **8**

Удержанная 1 и 2 и 4=7.

Милліоны и десятки милліоновъ. Удержанная въ пам. и лѣвыя цифры, прибавленныя къ правымъ цифрамъ произведенія *тысячъ на тысячи:* 7 и 5=12 —

И тотчасъ же приписываютъ лѣвую цифру 4 плюсъ 1 или 5 . . . . — **5**

VIII.

9 7 6 5 4

2 8 3 9

. . . **3** . . . .

Сдѣлать предложенное умноженіе по предыдущему способу.

809 × 48 = 38832

904 × 803 = 725912

Единицы . . . . . 2 пишутъ **2**
Десятки 7 и 0 и 6=13 „ **3**
Сотни 1 и 3 и 4= 8 „ **8**
Тысячи 6 и 2= 8 „ **8**
Десятки тысячъ . . . 3 „ **3**

Результатъ — 38832.

Единицы . . . . . 2 пишутъ **2**
Десятки 1 и 0 и 0 „ **1**
Сотни 7 и . . 2=9 „ **9**
Тысячи 2 и . . 3=5 „ **5**
Десятки тысячъ сотни на сотни . . . . . 2 „ **2**
Сотни тысячъ лѣвая цифра . . . . . . 7 „ **7**

6007 × 504 = 3027528

1-я *цифра.* Произведеніе единицъ на единицы . . . или 8 пиш. **8**
2-я „ Лѣвая цифра этого произведенія . . . . „ 2 „ **2**
3-я „ Произведеніе сотенъ на единицы . . . . „ 5 „ **5**
Лѣвая цифра этого произведенія . . . . „ 3
4-я „ Произведеніе тысячъ на единицы, 3 и 4 „ 7 „ **7**
5-я „ Лѣвая цифра этого произведенія . . . . „ 2 „ **2**
6-я „ Произведеніе тысячъ на сотни . . . . . „ 0 „ **0**
7-я „ Лѣвая цифра этого произведенія . . . . „ 3 „ **3**

9705 · 8006 = 77698230

642000 · 840 = 539280000

1-я *цифра.* Произведеніе единицъ на единицы . . . или 0 пиш. **0**
2-я „ Лѣвая цифра этого произведенія . . . . „ 3 „ **3**
3-я „ Произведеніе сотенъ на единицы . . . . „ 2 „ **2**
Лѣвая цифра этого произведенія . . . „ 4
4-я „ Тысячи на единицы, единицы на тысячи:
4 и 4 и 0 . . . . „ 8 „ **8**

5-я цифра	Лѣвыя цифры этихъ произведеній 5 и 4. или 9	пиш.	**9**
6-я „	Произведеніе сотенъ на тысячи. . . . . „ 6	„	**6**
	Лѣвая цифра этого произведенія . . . . „ 5		
7-я „	Произведеніе тысячъ на тысячи 5 и 2 . „ 7	„	**7**
8-я „	И лѣвая цифра послѣд. произв. . . . 7 „ 7	„	**7**

21. Мы закончимъ эти постепенныя упражненія примѣромъ умноженія десятичныхъ чиселъ; умноженіе это, какъ извѣстно, исполняется такъ же, какъ и дѣйствіе надъ цѣлыми числами, съ той лишь разницей, что послѣ совершенія дѣйствія въ произведеніи отдѣляется столько десятичныхъ знаковъ, сколько ихъ было въ обоихъ производителяхъ.

Новая метода.

```
      6 9 7,4 5
      4 2 6,8 5
---------------
2 9 7 7 0 6,5 3 2 5
```

Обыкновенная метода.

```
          6 9 7,4 5
          4 2 6,8 5
-------------------
        3 4 8 7 2 5
      5 5 7 9 6 0
    4 1 8 4 7 0
  1 3 9 4 9 0
2 7 8 9 8 0
-------------------
2 9 7 7 0 6,5 3 2 5
```

Частныя дѣйствія, въ которыхъ лѣвыя цифры отдѣлены отъ правыхъ союзомъ **и.** *Въ скобкахъ заключены цифры, удержанныя въ памяти.*

1-я цифра	. . . . .5 . . . . пиш.	**5**
2-я	. . . . .2 и 0 и 0.	**2**
3-я	. . . . . . .2 и 4 и 5 и 2 и 0 = 13.	**3**
4-я	. . (1) и 3 и 3 и 3 и 5 и 6 и 4 и 0 = 25 . .	**5**
5-я	.(2) и 4 и 5 и 2 и 1 и 0 и 2 и 2 и 8 и 0 = 26.	**6**
6-я	(2) и 3 и 7 и 4 и 0 и 2 и 8 и 4 и 4 и 6 = 40 . .	**0**
7-я	.(4) и 4 и 5 и 1 и 1 и 6 и 8 и 8 = 37	**7**
8-я	. . (3) и 3 и 1 и 2 и 2 и 6 = 17.	**7**
9-я	. . . . (1) и 1 и 3 и 4 = 9.	**9**
10-я	. . . . 2. . . . . приставляемъ	**2**

Другой примѣръ:

```
    0,0 3 5 7
        0,2 5
-------------
0,0 0 8 9 2 5
```

Умножаютъ по вышеуказанному способу 357×25, получаютъ 8925. Но такъ какъ произведеніе должно состоять изъ 6 десятичныхъ, а оно имѣетъ только 4 значащихъ цифры, то приписываютъ слѣва столько нулей, сколько недостаетъ знаковъ.

СЛОЖНЫЯ ДѢЙСТВІЯ.

22. Можно получить сразу результатъ нѣсколькихъ однородныхъ или разнородныхъ дѣйствій, такъ же легко и тѣмъ же путемъ, какъ и при выполненіи каждаго дѣйствія отдѣльно.

Одновременное сложеніе и вычитаніе.

23. *Чтобы получить одновременно результатъ этихъ двухъ дѣйствій прибавляютъ къ суммѣ цифръ каждаго столбца дополненіе—до 10 для праваго столбца и до 9 для всѣхъ остальныхъ столбцовъ цифръ—вычитаемыхъ чиселъ.*

+ 3 6 4 5			
7 6 4	1-й столб. 17+дополн. 6 и 3 и 9 и 2=37	пишутъ	**7**
4 5 3	2-й „ 21+дополн. 3 и 5 и 2 и 7=38	„	**8**
8 3 5	3-й „ 28+дополн. 9 и 6 и 9 и 4=56	„	**6**
— 6 4	4-й „ Удержан. въ памяти 5+3 даетъ		
3 4 7	8; но такъ какъ четыре числа были вычте-		
7 1	ны при помощи дополненія каждаго до		
5 2 8	1000, слѣдовательно результатъ нужно		
4 6 8 7	уменьшить на 4000, поэтому 8—4=4	„	**4**

Примѣръ:

Одинъ купецъ долженъ платить къ концу мѣсяца по тремъ векселямъ: по одному 736 р. 50 к., по второму 581 р. 75 к. и по третьему 988 р. 55 к. Въ кассѣ у него всего 379 р. 45 к. Сколько у него недостаетъ денегъ?

```
 + 7 3 6, 5 0
   5 8 1, 7 5
   9 8 7, 5 5
 — 3 7 9, 4 5
 ------------
 1 9 2 6, 3 5
```

Прибѣгаемъ къ вышеизложенному способу. Вмѣсто 29, въ столбцѣ сотенъ пишемъ 19.

Одновременныя умноженія.

24. Нѣкто продалъ 22 ведра вина по 36 р. за ведро; 47 ведеръ по 64 р., и 28 ведеръ по 32 р. Сколько онъ выручилъ за все проданное вино?

Новый способъ.

```
   2 2
 × 3 6
 -----
   4 7
 × 6 4
 -----
   2 8
 × 3 2
 -------
 4 6 9 6
```

Обыкновенный способъ.

```
   2 2        4 7       2 8
   3 6        6 4       3 2
 -----     -------     -----
 1 3 2      1 8 8        5 6
 6 6      2 8 2        8 4
 -----     -------     -----
 7 9 2    3 0 0 8      8 9 6
```

7 9 2 + 3 0 0 8 + 8 9 6 = 4 6 9 6

Единицы. — Правыя цифры произведеній единицъ: 2 и 8 и 6 . . . . =16 пишутъ **6**

Десятки.—Удержанныя въ памяти и лѣвыя цифры тѣхъ же самыхъ произведеній, прибавленныя къ правымъ цифрамъ произведеній накрестъ:
(1) и 1 и 2 и 1 и 2 и 6 и 6 и 2 и 4 и 4 . . . = 29 „ **9**

Сотни.—Удержанныя въ памяти и лѣвыя цифры, прибавленныя къ правымъ цифрамъ произведеній десятковъ:
(2) и 1 и 0 и 1 и 4 и 0 и 2 и 6 и 4 и 6 . . . = 26 пишутъ **6**

Тысячи.—Удержанныя въ памяти 2, прибавленныя къ лѣвымъ цифрамъ произведеній десятковъ:
(2) и 0 и 2 и 0 . . . . = 4 „ **4**

Одновременное умноженіе и вычитаніе.

25. *Чтобы найти разность между произведеніемъ и даннымъ числомъ, надо, по мѣрѣ нахожденія цифръ единицъ какого нибудь порядка, дополнять ихъ до даннаго числа.*

```
  1 6 5 9
  -------
    — 3 2
    × 4 8
  -------
    1 2 3
```

Единицы: Правая цифра произведенія—6, чтобы дополнить ее до 9 . . . . пишемъ **3**

Десятки: 1 и 4 (3 × 8) и 8 (2 × 4) = 13, правая цифра произведенія 3, чтобы дополнить ее до 5 . . „ **2**

Сотни: 1 и 2 (3 × 8) и 0 (2 × 4) и 2 (3 × 4) = 15, правая цифра произведенія 5, чтобы дополнить ее до 6 . . . . „ **1**

Тысячи: Лѣвая цифра призведенія (3 × 4) = 1 чтобы дополнить ее до 1 . . . . „

Одновременное сложеніе и умноженіе.

26. *Чтобы найти общій результатъ одного сложенія и одного или нѣсколькихъ умноженій, надо къ суммѣ цифръ каждаго столбца прибавить соотвѣтствующую ему цифру произведеній.*

Задача.—Я получилъ по счетамъ 248 р., потомъ 85 р. и наконецъ 479 р. Въ тоже время я продалъ 89 кус-

ковъ сукна по 67 р. за кусокъ и 328 кусковъ по 46 р. Какую сумму денегъ получилъ я?

Новый способъ.

```
+ 2 4 8
    8 5
  4 7 9
  -----
    8 9
×   6 7
  -----
  3 2 8
×   4 6
-------
2 1 8 6 3
```

Обыкновенный способъ.

```
+ 2 4 8        8 9          3 2 8
    8 5      × 6 7        × 4 6
  4 7 9      -------      -------
  -----        6 2 3      1 9 6 8
  8 1 2      5 3 4      1 3 1 2
             -------    ---------
             5 9 6 3    1 5 0 8 8
```

812 + 5963 + 15088 = 21863

Дѣйствіе производится такъ:

1-й столб. 22 и 3 (7 × 9) и 8 (6 × 8). . . . . . = 33 пиш. **3**
2-й столб. 22 и 6 („) и 4 („)
и 6 (7 × 8) и 4 (6 × 9) и 2 (6 × 2)
и 2 (4 × 8). . . . . = 46 „ **6**
3-й столб. 10 и 5 (7 × 8) и 5 („) и 1 („)
и 3 (4 × 8)
и 8 (6 × 8) и 8 (6 × 3) и 8 (4 × 2) = 48 „ **8**
Удержан. въ памяти 4 и 4 (6×8) и 1 (6×3) и 2 (4 × 3) = 11 „ **1**
Прибавляютъ удержанную въ памяти 1 къ лѣвой цифрѣ 1 (4 × 3), получается. . . . . 2 „ **2**

Путемъ усиленныхъ практическихъ упражненій, можно достигнуть въ подобныхъ вычисленіяхъ такой быстроты, что, глядя на цифры, въ умѣ считаютъ такъ: 22, 25, 33; **3**
22, 28, 32, 38, 42, 44, 46; **6**
10, 15, 20, 21, 24, 32, 40, 48; **8**
8, 9, 11; **1**
2; **2** [1])

---

[1]) Можно также рекомендовать и слѣдующій испытанный способъ:

Одновременное сложеніе, вычитаніе и умноженіе.

27. *Чтобы получить одновременно результатъ этихъ трехъ дѣйствій, прибавляютъ къ суммѣ цифръ каждаго столбца дополненіе (до 10 или до 9 см. § 23) цифръ вычитаемыхъ чиселъ и соотвѣтствующія цифры произведеній единицъ того же порядка, по мѣрѣ полученія ихъ.*

Новый способъ.

```
+ 3 5 8
    4 9
  5 8 7
  3 4 5
− 1 2 4
  2 4 3
  2 5 6
  -----
    9 6
×   4 8
  -----
    5 7
×   3 2
  -------
  7 1 4 8
```

Обыкновенный способъ.

```
+ 358     − 124       96       57
   49       243     × 48     × 32
  587       256     ----     ----
  345      ----      768      114
 ----       623     384      171
 1339               ----     ----
                    4608     1824

   1339             + 716
  − 623               4608
  -----               1824
    716               ----
                      7148
```

Дѣйствіе производятъ такъ:

1-е 29 + доп. 6 и 7 и 4 и 8 (8 × 6) и 4 (2 × 7). . . . = 58 — **8**
2-е 26 + доп. 7 и 5 и 4 и 4 („) и 1 („). . . или 47
цифры справа и 2 (8 × 9) и 4 (4 × 6)
и 0 (2 × 5) и 1 (3 × 7). . . . = 54 — **4**
3-е 16 + доп. 8 и 7 и 7 и 7 (8 × 9) и 2 (4 × 6)
и 1 (2 × 5) и 2 (3 × 7). . . или 50
цифры справа и 6 (4 × 9) и 5 (3 × 5). . . . = 61 — **1**
4-е (6) и цифры слѣва 3 („) и 1 („) = 10 — 3 = 7 — **7**

---

8 + 5 + 9 = 22 + 63 (9 × 7) = 85 + 48 (8 × 6) = 133 = **3**
13 + 4 + 8 + 7 = 32 + 56 (7 × 8) = 88 + 54 (6 × 9) = 142 +
+ 32 (8 × 4) = 174 + 12 (6 × 2) = 186 = **6**
18 + 2 + 4 = 24 + 48 (6 × 8) = 72 + 18 (6 × 3) = 90 +
+ 8 (2 × 4) = 98. . . . . = **8**
9 + 12 (3 × 4) = 21. . . . . **1**
2

Уменьшеніе лѣвой цифры на 3 произошло согласно § 23. Результатъ 7148.

На практикѣ вниманіе останавливается только на суммахъ и на цифрахъ, удержанныхъ въ памяти.

Умственное вычисленіе.—Частные случаи.

ЧИСЛА ВЗЯТЫЯ МЕЖДУ **10** И **20**.

28. Правило.—*Чтобы перемножить два числа, взятыя между 10 и 20, надо одно изъ нихъ сложить съ цифрой единицъ другого и къ суммѣ прибавить лѣвую цифру произведенія единицъ данныхъ чиселъ; къ полученному такимъ образомъ числу приписываютъ съ правой стороны правую цифру того же произведенія.*

14
12
———

15   16   18   19
13   17   14   16
———

12 и 4 = 16 потомъ 8 = 168

13 разъ 15 скл. 13 и 5, 18 и 1 (3 раза 5) = 19 пот. прип. 5=195

17 „ 16 „ 17 и 6, 23 и 4 (7 разъ 6) = 27 „ „ 2=272

. . . .

Одно изъ чиселъ взято между 20 и 30, а другое между 10 и 20.

29. Правило. *Чтобы перемножить два числа, изъ которыхъ одно взято между 20 и 30, а другое между 10 и 20, надо большее число сложить съ удвоенной цифрой единицъ другого числа, а въ остальномъ поступить по предыдущему.*

23   28   29   26
12   15   17   18
———

1-й прим.: склад. 23 и 4 (удвоенное 2) 27+0 дес. 6 (2×3)=276

2-й прим.: „ 28 и 10 („ 5) 38+4 „ 0 (5×8)=420

3-й прим.: „ 39 и 14 („ 2) 43+6 „ 3 (7×9)=493

Изъ послѣдняго примѣра, между прочимъ, видно, что если правая цифра меньшаго числа превышаетъ 5, то лучше прибавить къ большему числу 10 и взять удвоенную правую цифру, уменьшенную пятью, а въ остальномъ по предыдущему.

Два двузначныхъ числа оканчиваются оба на 5; оба начинаются на 5. Одно изъ двухъ чиселъ—55.

30. *Когда оба числа оканчиваются 5-ю, то прибавляютъ къ произведенію ихъ лѣвыхъ цифръ полусумму этихъ цифръ. Къ полученному числу прибавляется справа 25, если сумма ихъ лѣвыхъ цифръ четная, и 75 (50+25), если она нечетная.*

85   95
65   85
———

55 (48 и 7) потомъ приписываемъ 25 = 55 25

80 (72 и 8) „ „ 75 = 80 75

Если числа начинаются 5, или, если одно изъ нихъ образовано изъ двухъ 5, то поступаютъ такимъ же образомъ,- причемъ надо брать полусумму цифръ вторыхъ относительно 5, и къ полученному числу приписываютъ справа произведеніе единицъ.

58   86 [1])
56   55
———

———

[1]) Въ данныхъ примѣрахъ: въ первомъ берется полусумма цифръ единицъ 8+6; а во второмъ—полусумма цифръ „вторыхъ относительно пяти“ будетъ „86“ т. е. 8+6; при этомъ должно принять за правило, что въ случаяхъ, гдѣ полусумма единицъ будетъ представлять собою цѣлое число съ дробью, дробь откидываютъ; если же берется полусумма верхняго числа, то дробь принимается въ такомъ порядкѣ:

92
55

45 (9×5)+5,5 (половина 9+2) получимъ 50 5

приписываемъ . . 5×2 10
———
50 60

32 (25 и 7) потомъ приписываемъ 48 (8×6)=32 48
47 (40 + 7) „ „ 30 (6×5)=47 30

Чтобы скорѣе получить результатъ, можно прибавить къ произведенію лѣвыхъ цифръ не полусумму вторыхъ цифръ, а послѣдовательно каждую изъ нихъ, раздѣленную на 2, и къ результату приписать произведеніе правыхъ цифръ, принимая во вниманіе и 5, какъ остатокъ отъ дѣленія на 2.

85	95	65
45	75	35

32 и 6 [(8 : 2) + (4 : 2)] = 38 потомъ 25 = 38 25
63 и 8 [(9 : 2) + (7 : 2)] = 71 „ 25 = 71 25
18 и 4 [(6 : 2) + (3 : 2)] = 22 „ 75 = 22 75

59	56	97
57	53	55

25 и 8 [(9 : 2) + (7 : 2)] = 33 приписываемъ 63 = 33 63
25 и 4,5 [(6 : 2) + (3 : 2)] = 29,5 „ 18 = 29 68
45 и 8 [(9 : 2) + (7 : 2)] = 53 „ 35 = 53 35

Комбинація 10, образованная изъ двухъ 5.

31. *Если два числа оканчиваются на 5 и цифры десятковъ ихъ одинаковы, то для полученія ихъ произведенія надо умножить одну цифру десятковъ на другую, увеличенную на 1, потомъ приписать 25.*

25	35	45	55	65	75	85	95
25	35	45	55	65	75	85	95

35 разъ 35 получаемъ 12 (4 раза 3) и приписываемъ 25 = 12 25.

Если же цифры десятковъ различны, то надо умножить большую цифру, увеличенную на 1, на меньшую и къ произведенію прибавить половину разности этихъ чи-

селъ безъ нуля, къ полученному числу приписываютъ справа 25, если разность четная, и 75 (50+25), если она нечетная.

Четная разность.				*Нечетная разность.*			
85	75	85	95	95	85	95	135
65	35	25	15	65	35	25	45

55 [54+1 (2 : 2)] потомъ 25=55 25 | 61 [60+1 (3 : 2)] потомъ 75=61 75

Если же оба числа оканчиваются обѣими цифрами крайнихъ **или** *среднихъ рядовъ (въ суммѣ они даютъ 10), то для умноженія ихъ употребляютъ тотъ же способъ, какъ и для чиселъ, оканчивающихся на 5.*

29	28	36	68	79	87	96	134
21	22	34	62	71	83	94	46

$79 \times 71 = 49 + 7\ \frac{7+7}{2} = 56$ и приписываемъ $9 \times 1 = 9$ съ нулемъ впереди, т. е. 56 09.

Процессъ, примѣнимый къ произведеніямъ 99 первыхъ чиселъ.

32. Произведеніе 99 первыхъ чиселъ вычисляется въ умѣ при помощи комбинацій 10, 15 и 5, о которыхъ мы сейчасъ будемъ говорить.

Комбинаціи 10, 15 и 5.

Одинаковыя цифры.

33. *Когда въ обоихъ числахъ цифры десятковъ одинаковы, и когда сумма правыхъ цифръ даетъ 10, 15 или 5, то* **сотни** *произведенія получаются слѣдующимъ образомъ.*

1-е: При 15 умножаютъ одну изъ одинаковыхъ цифръ, увеличенную на 1, на другую цифру, прибав-

ляя къ полученнымъ сотнямъ половину одной изъ этихъ цифръ: 89 × 86 для сотенъ 8 × 9 = =72+4=76 сотенъ.

2-е: При 10 умножаютъ одну изъ одинаковыхъ цифръ, увеличенную на 1, на другую цифру безъ всякихъ добавленій: 84×86=9×8=72 сотни.

3-е: При 5 умножаютъ одну изъ одинаковыхъ цифръ на другую, прибавивъ къ произведенію половину одной изъ нихъ: 82×82 = 8×8 = 64+4 = 68 сотенъ.

Десятки и единицы *результата получаются, при 10, произведеніемъ единицъ; и при 15 и 5 этимъ же произведеніемъ, увеличеннымъ на 50 (въ случаѣ, если цифра десятковъ нечетная.)*

36	68	47	89
34	62	43	81

12 (3 × 4) потомъ 24=12 24 | 20 (4 × 5) потомъ 21=20 21

28	79	46	67
27	76	49	68

7 (2×3 и 1 какъ половина 2) потомъ 56 (7 × 8)= 7 56
59 (7×8 и 3 „ „ 7) „ 50 и 54 (6 × 9)=60 04

Для большей быстроты, въ послѣднемъ примѣрѣ говорятъ: 59 сотенъ и 1 сот. (50 и 50) и четыре = 60 04

43	73	89	91
42	72	81	94

18 (16 и 2 какъ половина 4) потомъ 06=18 06
52 (49 и 3 „ „ 7) „ 50 и 6=52 56

Разныя цифры.

34. *Если цифры десятковъ различныя, то примѣняются тѣже правила, что и въ предыдущемъ случаѣ, со слѣдующимъ измѣненіемъ: 1) къ десяткамъ произведенія прибавляется еще произведеніе разности между десятками данныхъ цифръ на цифру единицъ меньшаго числа, и 2) половины берутся отъ меньшей цифры десятковъ.*

Комбинація 10.

52	67	96	89
38	23	14	21

18 сот. (3×6) пот. 16 д. (разн 2×8) или 19 6 и 1 д. 6=19 76
14 сот. (2×7) 12 (разн. 4×3) 15 2 2 д. 1=15 41

Комбинація 15.

48	68	89	28
27	37	46	28

11 (2×5 и 1 какъ пол. 2) пот. 14 д. (разн. 2×7) или 12 4 и 5 д. 6=12 96
22 (3×7 и 1, 3) 5 21 (разн. 3×7) 24 6 и 5 д. 6=25 16

Комбинація 5.

42	61	82	91
23	34	53	14

9 (2×4 и 1) потомъ 6 дес. (разн. 2×3) или 9 6 пот. 6= 9 66
19 (3×6 1) 5 + 12 (разн. 3×4) 20 7 4=20 74

35. Взявъ эти комбинаціи, какъ основу, разсмотримъ случай, когда сумма правыхъ цифръ больше или меньше 10, 15 или 5 не болѣе, чѣмъ на 2 единицы.

Въ началѣ поступаютъ во всемъ согласно правилъ 33 и 34 §. Потомъ къ десяткамъ произведенія:

Прибавляется цифра десятковъ меньшаго числа, когда сумма правыхъ цифръ больше 10, 15, 5 на 1.

Прибавляется удвоенная цифра десятковъ меньшаго числа, когда сумма правыхъ цифръ больше 10, 15, 5 на 2.

Вычитается цифра десятковъ меньшаго числа, когда сумма правыхъ цифръ меньше 10, 15, 5 на 1.

Вычитается удвоенная цифра десятковъ меньшаго числа, когда сумма правыхъ цифръ меньше 10, 15, 5 на 2 [1]).

1-ый случай.—*Сумма правыхъ цифръ больше или меньше 10 не болѣе чѣмъ на двѣ единицы.*

87	83	73	92
64	56	49	86

54 или 540 дес. и 8 (4×2) + 6 дес. или 554 и 2 дес. 8=556 8
45 450 18 (6×3) — 5 463 1 8=464 8
и т. д. и т. д.

2-ой случай.—*Сумма правыхъ цифръ больше или меньше 15 не болѣе чѣмъ на 2 единицы.*

59	87	48	36
27	46	39	28

13 или 130 дес. и 21 (7×3) + 2 дес. или 153 и 6 дес. 3=159 3
38 380 24 (6×4) — 8. 396 4 2=400 2
и т. д. и т. д.

3-ій случай.—*Сумма правыхъ цифръ больше или меньше 5 не болѣе чѣмъ на 2 единицы.*

62	81	93	54
34	62	71	23

19,5 или 190 и 5 и 12 (4×3) или 207+3 д. или 210 пот. 8=210 8
51 „ 510 4 (2×2) 514—12 502 2=502 2
и т. д, и т. д.

---

1) На основаніи приведеннаго можно составить такую формулу:
Если сумма цифръ $\gtrless$ на 1, то въ результатѣ ± циф. дес.
„ „ „ $\gtrless$ на 2, „ „ ± удв. „

Предыдущіе случаи, разсматриваемые въ обратномъ порядкѣ: цифры десятковъ составляютъ комбинаціи изъ 10, 15 и 5, а цифры единицъ одинаковы, или изъ двухъ чиселъ цифры одного составляютъ тѣ же комбинаціи.

36. *Когда цифры, противоположныя цифрамъ комбинацій изъ 10, 15 и 5,—одинаковы, то къ произведенію десятковъ (лѣвыя цифры) прибавляются:*

1-е для комбинаціи изъ 10, одна изъ одинак. цифръ.
2-е для комбинаціи изъ 5, полов. одной изъ нихъ.
3-е для комбинаціи изъ 15, одна изъ цифръ и пол. ея.

Правыя цифры произведеній получаются произведеніемъ единицъ или этимъ произведеніемъ увеличеннымъ на 50, для случаевъ, когда одинаковыя цифры нечетны.

63	86	97	74	64	82	91	73
43	26	17	34	43	66	77	44

43 раза 63; беремъ 27 (24 и 3) потомъ 09=27 09

34	46	43	27	32	41	33	77
24	16	13	37	44	66	14	23

24 раза 34; беремъ 8 (6+2 пол. отъ 4) пот. 16=8 16
13 „ 43 „ 5 (4+1 „ „ 3)5 „ 9=5 59

82	64	83	67	78	96	87	69
72	94	73	97	22	44	33	77

72 раза 82; беремъ 59 (56+3 или 2+1) пот. 04=59 04
73 разъ 83 „ 60 (56+4 или 3+1) 5 „ 9=60 59

Цифры, противоположныя цифрамъ комбинацій изъ 10, 15 и 5,—разныя.

37. **(1-й случай.)** *Если цифры комбинацій изъ 10, 15 или 5 и имъ противоположныя находятся одновременно*

въ прямомъ или обратномъ порядкѣ [1]*), все равно, въ вертикальномъ или горизонтальномъ ряду, то къ произведенію десятковъ прибавляется.*

1-е для комбинаціи изъ 10 меньшая изъ противоположн. цифръ.
2-е „ „ „ 5 пол. мен. „ „ „
3-е „ „ „ 15 меньшая „ „ „ и половина ея.

Затѣмъ умножаютъ ихъ разность на меньшую цифру комбинаціи, что дастъ десятки произведенія и, наконецъ, прибавляется произведеніе единицъ.

38. (2-й случай). *Если же тѣ и другія цифры одновременно находятся въ обратныхъ другъ къ другу порядкахъ, то поступаютъ какъ выше, но разность десятковъ умножается на большую цифру комбинаціи.*

1-й случай.				*2-й случай.*			
67	76	37	73	63	36	37	73
53	35	56	65	57	75	65	56

35 (5×6+5) потомъ 3 (3 на разн. 1) или 35 3 пот. 2 дес. 1=35 51

73	37	23	32	72	27	23	32
42	24	47	74	43	34	74	47

30 (4×7+2) потомъ 6 (2 на разн. 3) или 30 6 потомъ 6=30 66

58	85	78	87	57	75	78	87
47	74	47	74	48	84	84	48

26 (20+4+2) пот. 7 (7 на разн. 1) или 26 7 пот. 5 дес. 6=27 26

[1]) 67 $6>5$ Оба числа одновременно въ вертикальномъ ряду
53 $7>3$ одного порядка (порядокъ обратный).

37 $3<7$
56 $5<6$ Тоже въ горизонтальномъ ряду (порядокъ прямой).

63 $6>5$
57 $3<7$ Оба числа въ вертикальн. ряду разныхъ порядк.

Напомнимъ, что если меньшая изъ противоположныхъ цифръ нечетная, то къ произведенію разности на цифру комбинаціи прибавляется 5.

5.

93	39	23	32	92	29	23	32
72	27	79	97	73	37	97	79

66 (7×9+3) пот. 9 (2 на разн. 2 и+5) или 66 9 потомъ 6 =66 96

15.

98	89	78	87	97	79	78	87
57	75	57	75	58	85	75	57

52 (45+5+2) пот. 33 (7 на разн. 4 и+5) или 55 3 пот. 5 д. 6=55 86

Квадраты двузначныхъ чиселъ.

39. Мы видѣли, что для полученія сотенъ произведенія, когда лѣвыя цифры одинаковы, достаточно одну изъ нихъ, увеличенную на 1, умножить на другую, напр. 85 × 85 = 72 25, откуда вытекаетъ слѣдующій способъ возвышенія въ квадратъ:

Если сумма правыхъ цифръ больше 10.

Сотни. Умножаютъ лѣвую цифру множимаго на соотвѣтствующую цифру множителя, увеличенную на единицу.

Десятки. Умножаютъ увеличенную на 1 лѣвую цифру множителя на остатокъ (§ 3) обѣихъ правыхъ цифръ и прибавляютъ 1 къ произведенію, если этотъ остатокъ меньше 4.

Къ полученному числу приписываютъ правую цифру произведенія единицъ.

37	78	46
37	78	46

Произнесите 1369 6084 2116 сразу.

12 сот. (4×3) пот. 16 дес. (4 на ост. 4) или 13 6 пот. 9=13 69
56 „ (8×7) „ 48 „ (8 „ 6) „ 60 8 „ 4=60 84
20 „ (5×4) „ 10 „ (5 „ 2+1) „ 21 1 „ 6=21 16

Для большей быстроты говорятъ:

12 1_6 13 69

Если сумма правыхъ цифръ меньше 10.

Сотни. Умножаютъ другъ на друга цифры десятковъ.

Десятки. Умножаютъ сумму правыхъ цифръ на лѣвую.

Къ результату прибавляютъ произведенія единицъ.

62	74
62	74
3844	5476

36 сот. (6×6) пот. 24 дес. (6 на сумму 4) или 38 4 пот. 4=38 44
49 „ (7×7) „ 56 „ (7 „ 8) „ 54 6 „ 1 д. 6=54 76

Теперь перейдемъ къ умноженію двузначныхъ чиселъ, у которыхъ цифры десятковъ однѣ и тѣ же.

Числа съ одной и той же цифрой десятковъ.

40. Произведеніе двухъ чиселъ съ одной и той же цифрой десятковъ получается тѣмъ же способомъ, что и квадраты двузначныхъ чиселъ.

Сумма единицъ больше 10.

29	48	86
27	49	87

6 (3×2) потомъ 18 (3 на остат. 6) или 7 сот. 8 потомъ 3= 7 83
20 (5×4) „ 35 (5 „ 7) „ 23 „ 5 „ 2=23 52

Сумма единицъ меньше 10.

23	63	72
24	61	74

4 (2×2) пот. 14 (2 на сумму 7) или 5 сот. 4 потомъ 1 д. 2=5 52
36 (6×6) „ 24 (6 „ 4) „ 38 „ 4 „ 3=38 43

Примѣчаніе. Если же цифры единицъ одинаковы или изъ двухъ данныхъ для умноженія чиселъ одно составлено изъ двухъ одинаковыхъ цифръ, то получается слѣдующій случай:

41. Одинаковыя цифры противоположны какимъ бы ни было цифрамъ.

Сумма противоположныхъ цифръ больше 10.

Сотни. Произведеніе десятковъ плюсъ одна изъ одинаковыхъ цифръ.

Десятки. Одна изъ одинаковыхъ цифръ умножается на остатокъ противоположныхъ цифръ.

Къ нимъ присоединяютъ произведеніе единицъ.

Сумма противоположныхъ цифръ меньше 10.

Сотни. Произведеніе десятковъ.

Десятки. Одна изъ одинаковыхъ цифръ умножается на сумму противоположныхъ цифръ.

Къ нимъ присоединяютъ произведеніе единицъ.

Передѣлаемъ данные выше примѣры, переставивъ и перемѣстивъ составляющія ихъ цифры:

92	84	68	79	89	67
72	94	78	22	44	88

65 (7×9+2) пот. 12 (2 на остатокъ 6) или 66 2 зат. 04=66 24

32	36	27	43	66	77
42	16	47	22	13	42

12 (4×3) потомъ 14 (2 на сумму 7) или 13 4 затѣмъ 4=13 44

Умноженіе на 11.

42. Для умноженія какого-нибудь числа на 11 пишутъ сначала правую цифру даннаго числа, затѣмъ правыя цифры: суммы 1-й цифры со 2-й, 2-й съ 3-й и т. д.; къ результату съ лѣвой стороны приписывается 1-я лѣвая цифра даннаго числа. Прим.: 268375×11;

	пишутъ	**5**
Говорятъ: 5 и 7, 12	„	**2**
1 и 7, 8 и 3, 11	„	**1**
1 и 3, 4 и 8, 12	„	**2**
1 и 8, 9 и 6, 15	„	**5**
1 и 6, 7 и 2, 9	„	**9**
	Приписываютъ	**2**

Умноженіе на 9;99;999.

43. На 9. Сначала пишемъ цифру, дополняющую правую цифру даннаго числа до 10, затѣмъ беремъ цифру, предшествующую ей въ натуральномъ ряду, и складываемъ ее съ дополнительной для 2-ой цифры; затѣмъ предшествующую 2-ой цифры складываемъ съ дополнительной 3-ей цифры и т. д. При этомъ присоединяемъ могущія быть удержанными въ памяти цифры.

$$\begin{array}{r} 78465 \\ 9 \\ \hline 706185 \end{array}$$

Цифра, дополняющая 5 до 10, есть 5 . .	пишемъ	**5**
4 (предшест. 5) и 4 (дополнит. 6) = 8 . .	„	**8**
5 („ 6) и 6 („ 4) = 11 . .	„	**1**
1 и 3 („ 4) и 2 („ 8) = 6 . .	„	**6**
7 („ 8) и 3 („ 7) = 10 . .	„	**0**
1 и 6 („ 7)	„	**7**

44. На 9. Можно тоже умножить на 9 посредствомъ вычитанія. Для этого пишутъ, начиная справа, сначала дополненіе до 10 (противоположная цифра) первой цифры. Затѣмъ прибавляютъ единицу—благодаря дополненію—ко второй цифрѣ и вычитаютъ ее изъ 1-й. Потомъ вычитаютъ 3-ю изъ 2-й, 4-ю изъ 3-й и т. д., принимая во вниманіе, что нужно каждый разъ уменьшать на единицу вычитаемое, когда предшествующее вычитаніе обратное. Послѣдняя цифра вычитается изъ предпослѣдней и слѣва результата пишется послѣдняя цифра умножаемаго числа или та же цифра, уменьшенная на 1 (если предшествующее вычитаніе обратное).

$$\begin{array}{r} 6924 \\ \times \quad 9 \\ \hline 62316 \end{array}$$

Пишутъ циф. противопол. 4		**6**
1 и 2, 3 изъ 4, 1	и пишутъ	**1**
9 изъ 2, 3	„	**3**
1 и 6, 7 изъ 9, 2	„	**2**
Приписываютъ послѣднюю цифру .	„	**6**

На 99 или 999. Поступаютъ такимъ же образомъ, съ той лишь разницей, что дополняютъ до 100 или до 1000 и вычитываютъ черезъ 2 или 3 цифры.

Мгновенное образованіе квадратовъ первыхъ 1000 чиселъ.

45. Чтобы получить сразу квадратъ какого-нибудь числа, взятаго между 1 и 1000, достаточно умѣть найти квадраты первыхъ 25 чиселъ:

1	1	6	36	11	121	16	256	21	441
2	4	7	49	12	144	17	289	22	484
3	9	8	64	13	169	18	324	23	529
4	16	9	81	14	196	19	361	24	576
5	25	10	100	15	225	20	400	25	625

На ряду со способомъ, который мы указали для нахожденія произведеній чиселъ между 10 и 20, есть еще другой, болѣе быстрый, примѣнимый къ нахожденію первыхъ 25 квадратовъ:

Учетверяютъ данное число, уменьшенное десятью, потомъ берутъ квадратъ разности или излишка между 20 и даннымъ числомъ.

13	14	16	19	22	24
13	14	16	19	22	24

14 разъ 14 говор. 16 (4. 4) потомъ 3_6 (6.6) или 19 потомъ 6 = 19 6
24 — 24 → 56 (4.14) — 1_6 (4.4) или 57 — 6 = 57 6

Замѣтимъ, что обѣ правыя цифры первыхъ 25 квадратовъ одинаковы съ правыми цифрами квадратовъ чиселъ, взятыхъ между 250 и 475, а три правыя цифры первыхъ 250 квадратовъ таковыя же, какъ и взятыя между 475 и 1000.

Между 1 и 1000 мы будемъ различать двадцать группъ. Разсмотримъ сначала группы X и V.

X. — **Между 475 и 525.**

За основаніе берутъ число 2500 (сотни квадрата 500), и прибавляютъ къ нему—для чиселъ большихъ 500, и вычитаютъ изъ него—для чиселъ меньшихъ 500, разность между 500 и даннымъ числомъ, приписавъ къ послѣдней 0. Полученное дополняютъ квадратомъ разности.

Квадраты 521 и 484.

2500 + 210 = 2710 + **4** 41 (квадратъ 21) = 2714 **41**
2500 — 160 = 2340 + **2** 56 (— 16) = 2342 **56**

V. — **Между 225 и 275.**

Основаніе 625 (сотни квадрата 250). Прибавляютъ или вычитаютъ раздѣленную пополамъ разность между даннымъ числомъ и 250 съ приписаннымъ къ ней 0.

Квадраты 269 и 238.

625 + 95 = 720 + **3** 61 (квадратъ 19) = 723 **61**
625 — 60 = 565 + **1** 44 (— 12) = 566 **44**

Остальныя группы.

Сотни основанія.	*Объясненіе.*	*Примѣры.*
	I. — Отъ **25** до **75**.	
25 квадрата **50**	Прибавить къ 25 или вычесть изъ нихъ разность между 50 и даннымъ числомъ. Квадратъ разности.	**56** и **48** 25 + 6 = 31 пот. 36 = 31 **36** 25 — 2 = 23 „ 04 = 23 **04**
	II. — Отъ **75** до **125**.	
100 квадрата **100**	Прибавить или вычесть удвоенную разность между 100 и даннымъ числомъ. Квадратъ разности.	**116** и **78** 100 + 32 = 132 пот. **2** $_{56}$ = 134 **56** 100 — 44 = 56 „ **4** $_{84}$ = 60 **84**
	III. — Отъ **125** до **175**.	
225 квадрата **150**	Прибавить или вычесть утроенную разность между 150 и даннымъ числомъ. Квадратъ разности.	**167** и **136** 225 + 51 = 276 пот. **2** $_{89}$ = 278 **89** 225 — 42 = 183 „ **1** $_{96}$ = 184 **96**

IV. — Отъ **175** до **225**.

400 квадрата **200**	Прибавить или вычесть учетверенную разность между 200 и даннымъ числомъ. Квадратъ разности.	**213** и **179** 400 + 52 = 452 пот. **1** 69 = 453 **69** 400 — 84 = 316 „ **4** 41 = 320 **41**

Группы 11—15, заключающія числа между 525 и 1000, имѣютъ слѣдующія основанія:

XI.	*Отъ* **525** *до* **575** *сотни основ.*	3025 (550^2)	*прибавить или вычесть разность, повторенную* 11 *разъ.*	
XII.	*Отъ* **575** *до* **625** — —	3600 (600^2)	— — 12 —	
XIII.	*Отъ* **625** *до* **675** — —	4225 (650^2)	— — 13 —	
XIV.	*Отъ* **675** *до* **725** — —	4900 (700^2)	— — 14 —	
XV.	*Отъ* **725** *до* **775** — —	5625 (750^2)	— — 15 —	

Чтобы помножить на 15, прибавляютъ къ данному числу половину его:

768^2 значитъ 5625 + 27 0 (18 + 9 пот. 0) или 5895 + **3** 24 = 5898 **24**
736^2 — 5625 — 21 0 (14 + 7 — 0) или 5415 + **1** 96 = 5416 **96**

Сотни основанія.	*Объясненія.*	*Примѣры.*

IX. Отъ **425** до **475**

2025 квадрата **450**	Прибавить или вычесть повторенную 9 разъ разность между 450 и даннымъ числомъ. Квадратъ разности.	**463** потомъ **437** 2025+117=2142 пот. **1**69=2143 **69** 2025—117=1908 „ **1**69=1909 **69**

VIII. Отъ **375** до **425**.

1600 квадрата **400**	Прибавить или вычесть повторенную 8 разъ разность между 400 и даннымъ числомъ. Квадратъ разности.	**416** потомъ **374** 1600+128=1728 пот. **2**56=1730 **56** 1600—208=1392 „ **6**76=1398 **76**

VII. Отъ **325** до **375**.

1225 квадрата **350**	Прибавить или вычесть повторенную 7 разъ разность между 350 и даннымъ числомъ. Квадратъ разности.	**367** потомъ **329** 1225+119=1344 пот. **2**89=1346 **89** 1225—147=1078 „ **4**41=1082 **41**

VI. Отъ **275** до **325**.

900 квадрата **300**	Прибавить или вычесть повторенную 6 разъ разность между 300 и даннымъ числомъ. Квадратъ разности.	**319** потомъ **278** 900+114=1014 пот. **3**61=1017 **61** 900—132=768 „ **4**84= 772 **84**

XIX	*Отъ* **925** до **975** *сот. основ.*	9025 (950^2)	*прибавить разность,*	*или вычесть повторенную* 19	*разъ.*
XVIII	*Отъ* **875** до **925** „ „	8100 (900^2)	„	18	„
XVII	*Отъ* **825** до **875** „ „	7225 (850^2)	„	17	„
XVI	*Отъ* **775** до **825** „ „	6400 (800^2)	„	16	„

Группа XX заключаетъ числа между 975 и 1000. Здѣсь удобно вычесть изъ 1000 удвоенную разность между даннымъ числомъ и 1000 и, затѣмъ, приписать квадратъ разности.

Найти квадратъ 978?

Говоримъ 1000—44 (удвоенное 22) или 956, пот. 484 (квадратъ 22) 956 **484**.

ДѢЛЕНІЕ.

46. Дѣленіе есть не что иное, какъ разложенное умноженіе, а такъ какъ дѣлимое есть произведеніе дѣлителя на частное, то отсюда слѣдуетъ, что для нахожденія одного изъ производителей даннаго произведенія нужно начать умноженіе слѣва и закончить его, получивъ всѣ цифры частнаго.

Примѣры умноженій, произведенныхъ слѣва.

I.	II.
4 7	6 8 9
8	7

I. Прибавляютъ къ произведенію десятковъ множимаго (4) на десятки множителя (8) лѣвую цифру числа, полученнаго отъ умноженія второй цифры множимаго (7) на ту же цифру множителя (8), потомъ приписываютъ правую цифру этого числа.

Говорятъ: 32 и 5, 37 потомъ 6=37 6.

II. Во второмъ примѣрѣ поступаютъ такъ же, но вмѣсто того, чтобы приписать потомъ 6, правую цифру произведенія второй цифры множимаго (8) на первую цифру множителя (7) ее прибавляютъ къ лѣвой цифрѣ слѣдующаго произведенія.

Такимъ образомъ говорятъ:

42 и 5, 47 потомъ 6 и 6 (7.9) или 12, вмѣстѣ 482 потомъ 3=4823

III

8 7
3 4

III. Къ произведенію десятковъ прибавляютъ сумму лѣвыхъ цифръ, полученныхъ отъ двухъ произведеній накрестъ

24 и 2 и 3 (лѣвыя цифры отъ 3.7 и 4.8)=29 сот.

Послѣ чего находятъ сумму правыхъ цифръ, прибавляя къ нимъ лѣвую цифру произведенія единицъ. Правая цифра этого послѣдняго произведенія дополняетъ результатъ

(29 сот). правыя цифры 1 и 2 и 2 (4. 7) или 5 дес. 8 = 29 58.

Дѣленіе безъ частныхъ дѣлимыхъ.

47. Правило. *Написавъ дѣлитель подъ той частью дѣлимаго, въ которой онъ заключается, находятъ цифры частнаго, отдѣляя въ дѣлимомъ справа столько цифръ, сколько ихъ заключается въ дѣлитель, безъ одной.*

```
         3 6 9 4
           7 6
Частн.   4 8
Ост.     4 6
```

Чтобы найти по очереди цифры частнаго, находятъ такія два произведенія первыхъ двухъ цифръ дѣлителя (здѣсь 7 и 6), чтобы первое произведеніе, полученное отъ умноженія первой цифры 7, увеличенное лѣвой цифрой произведенія второй цифры 6, дало бы число наиболѣе приближенное и такое, которое можно было бы вычесть изъ первыхъ двухъ цифръ (здѣсь 36) дѣлимаго. Для этихъ двухъ произведеній находятъ:

28 потомъ 24.

Дѣйствительно : 28 (4.7) и 2 (4.6)=30, и пишутъ 1-ю цифру частнаго **4**

Вычитаютъ 30 изъ 36, что даетъ въ остаткѣ 6, за которой слѣдуетъ цифра дѣлимаго 9, получается 69 и говорятъ:

69—4 (правая цифра 4.6)=65.

Такимъ же образомъ отыскиваютъ два новыхъ произведенія, которыя бы дали наиболѣе приближенное число и которое можно было бы вычесть изъ 65 и находятъ:

56 потомъ 48.

Дѣйствительно : 56 (8.7) и 4 (8.6)=60, и пишутъ **8**

Вычитаютъ 60 изъ 65, остается 5; 5 потомъ 4 или 54, и говорятъ: 54—8 (правая цифра произведенія единицъ)=46; это остатокъ отъ дѣленія.

По разности 5 между 60 и 65 меньшей, чѣмъ цифра 7 дѣлителя, мы видимъ, что цифра, найденная въ частномъ, не была слишкомъ велика; она была бы слишкомъ мала, если бы полученный отъ дѣленія остатокъ былъ больше 7 дѣлителя.

Постепенныя упражненія.

I.

2 1 5 3 4
5 8 7
3 6

Первая цифра частнаго

15 (3.5) и 2 дес. 4 (3.8)=17 пишутъ **3**; 17 изъ 21, 4.

45—6 (4 **и** 2 отъ 3.7) остается 39

Вторая цифра частнаго.

30 (6.5) и 4 дес. 8 (6.8)=34 и пишутъ **6**; 34 изъ 39, 5.

Рѣшеніе, какъ видно, вѣрное, такъ какъ двѣ послѣднія цифры 34 дѣлимаго, приписанная къ остатку 5, даютъ 534, число меньшее дѣлителя 587.

Остатокъ отъ дѣленія получается посредствомъ одновременнаго умноженія и вычитанія (§ 27).

II.

4 5 8 3
7 3
6 2, 7 8

Первая цифра частнаго.

42 (6.7) и 1 дес. 8 (6.3)=43, пишутъ **6**; 43 изъ 45, 2.
28—8 („) остается 20.

Вторая цифра частнаго.

14 (2.7) и 0 дес. 6 (2.3)=14 пишутъ **2**; 14 изъ 20, 6.
63 — 6 („) остается 57.

Цифры десятыхъ частнаго.

49 (7.7) и 2 дес. 1 (7.3)=51, пишутъ **7**; 51 изъ 57, 6.
60—**1** („) остается 59.

Цифры сотыхъ частнаго.

56 (8.7) и 2 дес. 4 (8.3)=58, пишутъ **8**; 58 изъ 59, 1.

III.

2 8
4 7 3 4
5 9 или 0,0059.

Если дѣлимое меньше дѣлителя, то передъ первой значащей цифрой частнаго приписывается столько нулей, сколько въ дѣлителѣ останется цифръ послѣ того, какъ мы отдѣлимъ въ немъ наибольшее число,

которое могло бы заключаться въ дѣлимомъ. 4 наибольшее число, которое заключается въ 28.

Въ дѣлителѣ остается три цифры; значитъ, первая значащая цифра частнаго будетъ тысячная.

Упражненія, въ которыхъ, при вычитаніи, правыя цифры произведеній отдѣлены отъ лѣвыхъ цифръ союзомъ **и.**

IV.

	8 2 9 7 3
	3 4 7
Част.	2 3 9
Ост.	4 0

Разложеніе дѣйствія для каждой цифры частнаго.

8 2	8 2 9	8 2 9 7 3
3 4 7	3 4 7	3 4 7
2	2 3	2 3 9

Первая цифра частнаго—**2**; *дѣйствительно:*

6 (2.3) и 0 дес. 8 (2.4) . . . . = 6 изъ 8, 2
22 — 9 (8 и 1 отъ 2.7). . . . . остается 13.

Вторая цифра—**3**; *дѣйствительно:*

9 (3.3) и 1 дес. 2 (3.4) . . . . . = 10 изъ 13, 3
39 — 8 (4 отъ 2.7 и 2 отъ 3.4 **и** 2 отъ 3.7)
остается . . . 31.

Третья цифра—**9**; *дѣйствительно:*

27 (9.3) и 3 дес. 6 (9.4) . . . . . . = 30 изъ 31, 1

V.

	3 7 4 8 0 3 5
	4 3 2
Частн.	8 6 7 6
Ост.	1 5 3

Первая цифра—**8**; *дѣйствительно:*

32 (8.4) и 2 дес. 4 (8.3) . . . . . = 34 изъ 37, 3
34 — 5 (4 **и** 1 отъ 8.2) . . . . остается 29.

Вторая цифра—**6**; *дѣйствительно:*

24 (6.4) и 1 дес. 8 (6.3) . . . . . = 25 изъ 29, 4
48 — 15 (6 отъ 8.2 и 8 отъ 6.3 **и** 1 отъ 6.2)
остается . . . 33

Третья цифра **7**; *дѣйствительно:*

28 (7.4) и 2 дес. 1 (7.3) . . . . 30 изъ 33, 3
30 — 4 (2 отъ 6.2 и 1 отъ 7.3 **и** 1 отъ 7.2)
остается . . . 26.

Четвертая цифра **6**; *дѣйствительно:*

24 (6.4) и 1 дес. 8 (6.3) . . . . 25 изъ 26, 1

VI.

	3 8 4 2 9 5
	4 8
Частн.	8 0 0 6
Ост.	7

Первая значащая цифра **8** . . . . пишутъ **8**

32 (8.4) и 6 дес. 4 (8.8) = 38 изъ 38, 0

0 4 — 4 („) остается 0 . . . „ **0**

0 2 не содержитъ 4 дѣлителя . „ **0**

Затѣмъ слѣдуетъ 9 дѣлимаго, что даетъ 29, которое уже содержитъ цифру 4 дѣлителя.

Вторая значащая цифра **6** . . . . пишутъ **6**

24 (6.4) и 4 дес. 8 (6.8) — 28 изъ 29, 1

15 — 8 („) остается 7

Другіе примѣры.

2 9 5 8 0 0	2 8 4 7	8 4 0 0 0
8 7	3 6 0 0 0	5 6 0 0
3 4 0 0	7 8 или 0, 0 7 8	1 5
0		0

1-й прим. Отбросивъ въ дѣлимомъ два нуля, дѣлимъ его на дѣлителя. Потомъ оба нуля приписываются къ частному справа.

2-й прим. Отбросивъ въ дѣлителѣ два нуля, производимъ дѣленіе цѣлыхъ чиселъ. Потомъ къ частному приписываемъ слѣва отброшенные нули.

3-й прим. Въ дѣлимомъ и дѣлителѣ отбрасываемъ одинаковое число нулей. Частное остается безъ перемѣны.

По общему правилу, каждая цифра частнаго выражаетъ единицы того же порядка, что и единицы той части дѣлимаго, при помощи которой это частное получается.

Дѣленіе десятичныхъ чиселъ.

Всѣ случаи дѣленія приведены къ одному случаю.

48. При дѣленіи десятичныхъ чиселъ дѣйствіе производится какъ надъ цѣлыми числами. Потомъ въ частномъ выдѣляется цѣлое число.

Число цѣлыхъ цифръ частнаго опредѣляютъ, зная, что обѣ цѣлыя части,—*дѣлителя и частнаго совмѣстно*, имѣютъ или столько же цифръ, что и цѣлая часть дѣлимаго, или одною цифрою больше: *столько же*, если для дѣленія на первую лѣвую цифру дѣлителя нужны двѣ цифры дѣлимаго; *одной больше* если достаточно одной цифры дѣлимаго:

7 8 5, 1 8	9 6 3, 5 4	7 3 6, 4 5	3 6 4
9 6, 3 7	2 7, 3 7	5 7	5 8, 8 2
Част. 8, 1 4	3 5, 1 7	1 2, 9 2	6, 7 6

1-й прим.: Здѣсь на 9 дѣлится 78 (два знака); слѣдовательно, дѣлитель и частное должны заключать 3 цифры дѣлимаго; значитъ частное имѣетъ въ цѣломъ одну цифру.

2-й прим.: На 2 дѣлится 9 (одинъ знакъ), слѣдовательно, дѣлитель и частное должны заключать 4 цифры; значитъ, въ частномъ двѣ цифры.

Такъ же поступаютъ въ двухъ другихъ случаяхъ, въ одномъ изъ которыхъ дѣлимое, а въ другомъ дѣлитель десятичный.

49. Разсмотримъ послѣдній примѣръ: дѣленіе десятичной дроби на десятичную:

0, 0 0 7 2 8
―――――
0, 2 8

Частное 2 6 получается 0, 0 2 6

Перенеся въ дѣлителѣ запятую на 2 знака влѣво, дѣлимъ 728 на 28. Но такъ какъ перенесеніемъ запятой мы уменьшили дѣлителя въ сто разъ, то въ результатѣ частное должно уменьшить во столько же разъ, что даетъ 0,026.

Дѣленіе на 11.

50. Правило.—*Чтобы найти частное отъ дѣленія какого-нибудь числа на 11, вычитаютъ изъ суммы цифръ нечетныхъ рядовъ сумму цифръ четныхъ. Полученную разность вычитаютъ изъ цифры единицъ даннаго числа, что дастъ правую цифру частнаго. Вновь полученную разность вычитаютъ изъ 2-й цифры даннаго числа (2-я цифра частнаго); эту разность вычитаютъ изъ третьей и т. д.*

Замѣтимъ, что послѣдняя разность или эта же разность, увеличенная на 1, должна быть равна лѣвой цифрѣ даннаго числа. Прим.: 39548 раздѣлить на 11.

Сумма цифръ нечетныхъ рядовъ $8+5+3=16$ } разность 3.
„ „ четныхъ „ $4+9 \quad =13$ }

Затѣмъ:

3 изъ 8 = 5.	Пишутъ	**5**
5 изъ 14 = 9.	„	**9**
9 изъ 14 = 5.	„	**5**
5 изъ 8 = 3.	„	**3**

Если сумма цифръ нечетныхъ рядовъ меньше суммы четныхъ, то къ первой прибавляютъ 11 или число кратное 11.

Дѣленіе на 9; 99; 999;

51. Правило.—*Чтобы раздѣлить данное число на 9, отыскиваемъ сколько разъ 9 заключается въ суммѣ его цифръ.*

Замѣтимъ, что это число равно лѣвой цифрѣ полученной суммы, если, въ свою очередь, сумма цифръ этой послѣдней меньше 9, или лѣвой цифрѣ + 1, если она равна или больше 9.

Полученное число прибавляютъ къ суммѣ цифръ. Правая цифра этой новой суммы даетъ остатокъ отъ дѣленія даннаго числа на 9, лѣвую цифру прибавляютъ къ суммѣ цифръ даннаго числа безъ первой. Правая цифра этой новой суммы даетъ первую цифру частнаго; лѣвую прибавляемъ къ суммѣ цифръ даннаго числа безъ первой и второй. Получимъ вторую цифру частнаго, и т. д.

85876 : 9

Частн. 9541 (7)

6 и 7, 13 и 8, 21 и 5, 26 и 8, 34 и 3 (*лѣвая цифра 34*) = 37

Замѣчаемъ 7 — въ памяти удержив. 3 — число разъ 9 въ 34

И продолжаемъ: 3 и 7 и 8 и 5 и 8	=31.	Пиш. **1**,	удерживая	въ пам.		3
3 и 8 и 5 и 8	=24	„ **4**	„	„	„	2
2 и 5 и 8	=15	„ **5**	„	„	„	1
1 и 8—	= 9	„ **9**				

При дѣленіи на 99 и 999 пропускаемъ одну или двѣ цифры.

Процессъ, примѣнимый къ произведеніямъ 999 первыхъ чиселъ.

(Умноженія дѣлаемъ, начиная съ лѣвой руки).

51. Для вычисленія въ умѣ произведеній первыхъ 999 чиселъ поступаютъ совершенно такъ же, какъ при отысканіи частнаго, съ той лишь разницей, что, вмѣсто послѣдовательныхъ вычитаній правыхъ и лѣвыхъ цифръ, ихъ прибавляютъ къ новымъ произведеніямъ, по мѣрѣ полученія этихъ послѣднихъ. Вотъ примѣръ:

I	II
8 7 5	7 9 3
9	4 6

I. Говорятъ: **72** (9.8) и 6 (отъ 9.7)=**78**, потомъ прибавляютъ правую цифру **3** второго произведенія (9.7) къ цифрѣ **4** третьяго произведенія 9.5, что даетъ **7**, и приписавъ къ нему цифру **5** этого послѣдняго произведенія, получаемъ **7875**.

II. Говорятъ: **28** (4.7) и **3** (отъ 4.9)=**31** потомъ 6 отъ 4.9 и **1** отъ 4.3 или **7**;
потомъ **42** (6.7) и **5** (отъ 6.9)=**47** и 7 или **54**;
31 и 54=**36 4**.

Наконецъ прибавляютъ въ умѣ правыя цифры произведеній 3.4 и 9.6, увеличенныя лѣвой цифрой произведенія отъ 6.3. Такимъ образомъ **2** и **4** и **1** или **7** потомъ **8** = **36 47 8**, произносимыя въ умѣ по мѣрѣ послѣдовательнаго сложенія.

III.

8 7 9
4 6 3

1⁰ { 4.8, 4.7 } **32** и **2** = **34**; правая цифра **8** и **3** отъ 4.9 или **11**

2⁰ { 6.8, 6.7 } **48** и **4** = **52** и **11** = **63**; **34** и **63** = **403**

Правыя цифры произведеній { 4.9, 6.7 } **6** и **2** и **5** отъ 6.9 или **13**

3⁰ { 3.8, 3.7 } **24** и **2** = **26** и **13** = **39** : **40 3** и **39** = **40 69**

Правыя цифры произведеній { 6.9, 3.7 } **4** и **1** и **2** отъ 3. 9 или **7**

Присоединивъ **7** отъ произведенія 9.3, получаемъ **40 69 77**, произнесенное по группамъ въ двѣ цифры.

УМНОЖЕНІЕ И ДѢЛЕНІЕ, ПРИВЕДЕННОЕ КЪ СЛОЖЕНІЮ[1]).

2 9 4 6 2	I
1 4 7 3 1 0	V
5 8 9 2 4	II

53. Расположеніе. — Чтобы привести умноженіе къ сложенію, воспользуемся, прежде всего, слѣдующимъ расположеніемъ. Пишемъ данное число, подъ нимъ подписываемъ послѣдовательно произведенія его на 5 и на 2 (по правиламъ § 17 и 16). Обозначимъ эти числа черезъ I, V и II. Простымъ сложеніемъ легко теперь получить произведеніе даннаго числа на всѣ однозначные множители.

Въ самомъ дѣлѣ:

Произведенію на	1	соотвѣтствуетъ	строка I
	6	„	сумма строкъ I и V
	2	„	строка II
	7	„	сумма строкъ V и II
	3	„	„ „ I и II
	8	„	„ „ I и V и II
	4	„	удвоен. строка II
	9	„	сумма строкъ V и удвоен. II
	5	„	строка V.

Для примѣра умножимъ 2 9 4 6 2 на 5 6:

6 5 . 2 9 4 6 2	I
1 4 7 3 1 0	V
5 8 9 2 4	II
1 6 4 9 8 7 2	

Пишутъ множимое, а рядомъ съ нимъ въ обратномъ порядкѣ множитель. Потомъ складываютъ послѣдовательно въ каждомъ столбцѣ цифры, соотвѣтствующія указанымъ выше строкамъ.

---

[1]) Этотъ способъ мы рекомендуемъ особенному вниманію тѣхъ, кто пользуется при подсчетахъ простыми русскими счетами.

1-я [1])	1-й столб. стр. I и V:	0 и 2 = 2 пиш.	**2**
2-я	1-й „ „ V 2-й „ „ I и V	0 и 6 и 1 = 7 „	**7**
3-я	2-й „ „ V 3-й „ „ I и V	1 и 4 и 3 = 8 „	**8**
4-я	3-й „ „ V 4-й „ „ I и V	3 и 9 и 7 = 19 „	**9** (1)
5-я	4-й „ „ V 5-й „ „ I и V	(1) и 7 и 2 и 4 = 14 „	**4** (1)
6-я	5-й „ „ V 6-й „ „ I и V	(1) и 4 и 1 = 6 „	**6**
7-я	6-й „ „ V	1 = 1 „	**1**

(цифры произведенія: — printed vertically beside rows 2-я to 6-я)

Параллельно:

Умноженіе [2]).

```
3276 . 416297 I.
      2081485 V.
       832594 II.
     2798764731
```

Дѣленіе.

```
        2798764731
3276 . 416297 I.
      2081485 V.
       832594 II.
Остатокъ . . . . . 0
```

Сдѣлаемъ сначала умноженіе.

Дѣйствіе производится справа налѣво въ столбцахъ и слѣва направо во множитель.

1⁰	1-й столб. стр. I и II для множ. 3	замѣч. 7 и 4=11 пиш.	**1** (1)
2⁰	1-й столб. стр. II „ „ 2 2-й I II „ „ 3	(1) и 4 и 9 и 9 . . . = 23 „	**3** (2)
3⁰	1-й столб. стр. V и II для „ 7 2-й II „ „ 2 3-й I II „ „ 3	(2) и 5 и 4 и 9 и 2 и 5=27 „	**7** (2)
4⁰	1-й столб. стр. I и V для „ 6 2-й V II „ „ 7 3-й II „ „ 2 4-й I II „ „ 3	(2) и 7 и 5 и 8 и 9 и 5 и 6 и 2. . =44 „	**4** (4)
5⁰	2-й столб. стр. I и V для „ 6 3-й V II „ „ 7 4-й II „ „ 2 5-й I II „ „ 3	(4) и 9 и 8 и 4 и 5 и 2 и 1 3 . . =36 „	**6** (3)

[1]) Принимая во вниманіе, что при умноженіи 29462 на 56 частныя произведенія должны расположиться такъ:

```
  29462 }
 147310 } . . . . . 6
 147310 . . . . . . 5
1649872
```

[2]) 416297×6723.

6⁰	3-й столб. стр. I и V для „ 6 4 й V II „ „ 7 5 й II „ „ 2 6 й I II „ „ 3	(3) и 2 и 4 и 1 и 2 и 3 и 4 и 8 . =27 пиш.	**7** (2)
7⁰	4-й столб. стр. I и V для „ 6 5-й V II „ „ 7 6-й II „ „ 2 7-й I II „ „ 3	(2) и 6 и 1 и 8 и 3 и 8=28 „	**8** (2)
8⁰	5-й столб. стр. I и V для „ 6 6-й V II „ „ 7 7-й II „ „ 2	(2) и 1 и 8 и 8 и 0 . =19 „	**9** (1)
9⁰	6-й столб. стр. I и V для „ 6 7-й V II „ „ 7	(1) и 4 и 0 и 2 = 7 „	**7**
10⁰	7-й столб. стр. I и V для „ 6	. . . = 2 „	**2**

ДѢЛЕНІЕ.

Дѣленіе безъ остатка.

```
      2798764731
3276 . 416297 I.
      2081485 V.
       832594 II.
Остатокъ. . . . . 0
```

Дѣленіе съ остаткомъ.

```
         404823691
23876 . 5968 I.
       29840 V.
       11936 II.
Остатокъ. . . . 2315
```

Дѣлитель подписывается подъ той частью дѣлимаго, въ которой онъ содержится; потомъ отыскивается, посредствомъ сложенія, въ первомъ или въ двухъ первыхъ столбцахъ слѣва, число наиболѣе приближенное и такое, которое можно вычесть изъ числа образованнаго первой или двумя первыми цифрами (здѣсь 27) дѣлимаго.

Дѣйствіе производится такъ:

Строки V и I: 20 и 4 = 24 и пишутъ **6**; 24 изъ 27, 3.

Послѣ 3 ставится слѣдующая цифра дѣлимаго, что даетъ 39, и, по направленію *справа налѣво*, вычитаемъ

изъ этого новаго частнаго дѣлимаго сумму цифръ соотвѣтствующаго столбца. Итакъ:

39—9 (1 и 8) = 30

Такимъ же образомъ отыскивается *вторая цифра частнаго.*

Строки V и II: 20 и 8 = 28 и пишутъ **7**; 28 изъ 30, 2

2 послѣ 8 или 28—18 (6 и 1 **и** 8 и 3) = 10.

Теперь отыскивается *третья цифра частнаго.*

Строка II: 8 приближенное для **10** и пишутъ **2**; 8 изъ 10, 2;2 послѣ 7 или 27—12 (2 и 4 **и** 1 и 2 **и** 3) = 15.

Наконецъ отыскивается *четвертая цифра частнаго.*

Строка I и II : 4 и 8 = 12 и пишутъ **3**; 12 изъ 15, 3. 3 послѣ 6 или 36—32 (9 и 8 **и** 4 и 5 **и** 2 и 1 и 3) = 4.

Въ другомъ примѣрѣ находимъ остатокъ, или продолжая дѣйствіе, или пользуясь одновременнымъ умноженіемъ и вычитаніемъ (§ 27).

Простые проценты.

Громадныя сокращенія, когда день принимается за единицу времени.

54. Данная ниже система приводитъ на практикѣ къ поразительно быстрому нахожденію искомыхъ процентовъ.

Основаніемъ системы служитъ учетъ изъ 4 % годовыхъ.

Такъ какъ 100 р., отданные по 4% въ годъ, въ день приносятъ $\frac{4}{100.360} = \frac{1}{9000}$ р., то, для нахожденія процентовъ въ 1 день съ даннаго капитала изъ 4%,

мы должны дѣлить число, выражающее капиталъ, на 9000, что сводится къ нахожденію *суммы цифръ* даннаго капитала. Отдѣленіе въ частномъ 4 десятичныхъ дастъ искомые проценты.

Число процентовъ цѣлое.

Примѣръ 1-й. Сколько процентныхъ денегъ дастъ въ 67 дней капиталъ въ 4658 р., отданный по 4%?

4 6 5 8

Частн. отъ дѣлен. на 9—5 1 7 5—даетъ наращеніе % въ 1 день.

Говоримъ: 8 и 5, 13 и 6, 19 и 4, 23; затѣмъ 23 и 2 (*число разъ 9*) = 25 и подъ единицами. . . . . пишемъ **5**
и продолжаемъ 2 и 5, 7 и 6, 13 и 4, 17 . . . . . . „ **7**
1 и 6, 7 и 4, 11 . . . . „ **1**
1 и 4, 5. . . . . „ **5**

5 1 7 5
× 6 7

Процент. деньги за 67 дней 3 4, 6 7 2 5, т.-е. 34 р. 67 к.

Примѣръ 2-й. Сколько процентныхъ денегъ дастъ капиталъ въ 6325 р. 45 к. въ 86 дней по 6%?

6 3 2 5, 4 5

Наращеніе% въ 1 д. считая по 4% 7 0 2 8
Плюсъ половина этого числа для 2% 3 5 1 4

1 0 5 4 2 число процентныхъ денегъ въ 1 день по 6%.

Умноженное на × 8 6

9 0, 6 6 1 2 т. е. 90 р. 66 к.

Примѣръ 3-й. Сколько процентныхъ денегъ даютъ слѣдующія суммы, отданныя по 3% и 5%.

По 3%.		*По 5%.*	
Капиталъ:	6 7 8 7	Капиталъ:	2 1 4 7
4%	7 5 4 1	4%	2 3 8 5
— $\frac{1}{4}$ [1])	1 8 8 5	+ $\frac{1}{4}$	5 9 6
	5 6 5 6		2 9 8 1
×	8 3 дней	×	5 2 дня
	4 6, 9 4 4 8		1 5, 5 0 1 2.

Примѣръ 4-й. Сколько процентныхъ денегъ дастъ въ 47 дней капиталъ въ 4837 р., отданный по 1% и по 2%?

По 1%.		*По 2%.*	
Капиталъ.	4 8 3 7		4 8 3 7
Пр. д. въ 1 день по 4%	5 3 7 4	Пр. д. въ 1 день по 4%	5 3 7 4
„ „ „ „ 1%-$\frac{1}{4}$	1 3 4 3	„ „ „ „ 2%—$\frac{1}{2}$	2 6 8 7
×	4 7	×	4 7
	6, 3 1 2 1		1 2, 6 2 8 9
т. е.	6 р. 31 к.	т. е.=	12 р. 63 к.

Отыскиваніе проц. денегъ, если число % цѣлое, не представляетъ никакой трудности. Дѣйствительно, если для того, чтобы найти проц. деньги изъ 2%, мы беремъ половину числа, представляющаго 4% то, очевидно, чтобы найти проц. деньги изъ 8%, надо удвоить число, представляющее 4%.

Число %—дробное.

55. Когда число % сопровождается долями единицы $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$ и т. д., то процентныя деньги отыскиваются

1) Т. е. $\frac{1}{4}$ предыдущаго числа (7541).

по предыдущему. Число, выражающее процентныя деньги въ 1 день, при основаніи 4% *увеличивается* или *уменьшается*, смотря по данному учету.

Прим. 5.—Найти проц. деньги за 29 дней, съ капитала въ 835 р., отданнаго сначала по $1\frac{1}{2}$%, потомъ по $2\frac{1}{2}$% въ годъ?

	По $1\frac{1}{2}$%			*Проц. ден. по $2\frac{1}{2}$%*	
К.	8 3 5		К.	8 3 5	
Пр. въ 1 день	9 2 8 изъ 4%		Пр. въ 1 д.	9 2 8 изъ 4%	
четверть	2 3 2	1%	половина	4 6 4	2%
половина	1 1 6	$\frac{1}{2}$%	четверть	1 1 6	$\frac{1}{2}$%
	3 4 8			5 8 0	$2\frac{1}{2}$%
	× 2 9			× 2 9	
	1, 0 0 9 2 Итого 1 р. 01 коп.			1, 6 8 2 Итого 1 р. 68 к.	

Прим. 6.—Сколько получится проц. ден. съ 852 руб. по $4\frac{1}{2}$% въ 58 дней?

	8 5 2	
Пр. въ 1 день . .	9 4 7 изъ 4%	
+ $\frac{1}{8}$	1 1 8	$\frac{1}{2}$%
	1 0 6 5	
	× 5 8	
	6, 1 7 7 0 Итого 6 р. 18 к.	

Прим. 7.—Сколько проц. ден. даетъ отданный попеременно по $6\frac{1}{2}$, $4\frac{1}{4}$ и $5\frac{3}{4}$% капиталъ въ 8765 р. черезъ 234 дня?

	По $6\frac{1}{2}$%			*По $4\frac{1}{4}$%*	
К.	8765		К.	8765	
Пр. деньги въ 1 д.	9739 изъ	4%	Пр. деньги въ 1 д.	9739 изъ	4%
	$\frac{1}{2}$ 4869	2%		$\frac{1}{4}$ 2434	1%
	$\frac{1}{4}$ 1217	$\frac{1}{2}$%		$\frac{1}{4}$ 608	$\frac{1}{4}$
	15825	$6\frac{1}{2}$		10347	$4\frac{1}{4}$
	× 234			× 234	
	370,3050			242,1198	

По $5^3/_4$%

К.	8765	
Пр. деньги въ 1 д.	9739	изъ 4%
$^1/_4$	2434	1%
$^1/_2$	1217	$^1/_2$%
$^1/_2$	608	$^1/_4$%
	13998	
	× 234	
	327,5532	

Во второмъ примѣрѣ, гдѣ дважды берется $^1/_4$ предыдущаго, можно было сразу взять—$^1/_{16}$ отъ числа, выражающаго процентныя деньги въ 1 день изъ 4%.

В. П. Быкова. **Сборникъ вспомогательныхъ расчетныхъ таблицъ.** 2-е изданіе. Ц. 3 р., съ пер. 3 руб. 35 коп., съ налож. плат. 3 р. 45 к. Книга имѣетъ много **похвальныхъ отзывовъ, какъ незамѣнимое пособіе для счетоводовъ** по всѣмъ отраслямъ русской промышленности, печатаемыхъ въ „Сборникѣ тарифовъ Росс. жел. д." за № 894, 905, 928, 958, 982, 996, 1033, 1156, 1158, 1176 и 1264 и одобрена Московскимъ отдѣленіемъ **Русскаго Императорскаго Техническаго Общества.**

— Какъ сдѣлать самому дешевый, прочный и очень удобный **счетный приборъ.** Ц. 20 к., съ пер. 30 коп.

— **Спутникъ счетовода.** Упрощенныя вычисленія. Ц. 25 коп., съ пер. 35 коп.

— **Карманный справочникъ** необходимыхъ въ практической жизни математическихъ правилъ и формулъ въ общедоступномъ изложеніи. Ц. 40 коп., съ пер. 50 коп.

— **Календарь-палецъ.** Практическіе пріемы всевозможныхъ календарныхъ вычисленій. Ц. 25 коп., съ пер. 35 коп.

— **Искусство декламаціи.** Ц.

— **Правила** красивой и изящной рѣчи (произношеніе). Ц.

— **Мнемоника.** Искусство укрѣпленія памяти Ц. 20 коп., съ пер. 30 коп.

— **Гипнотизмъ.** Ц. 25 коп., съ пер. 35 коп.

— **Фонографъ** и его устройство. Ц.

— **Домашній** дешевый электротехникъ. Ц.

— Какъ достигнуть безболѣзненнаго дѣторожденія. Ц.

Проф. Ришаръ. „**Быстросчетъ**". Ц. 1 руб., съ пер. 1 руб. 20 к.

Имѣются во всѣхъ главныхъ книжныхъ магазинахъ. Вмѣсто мелкихъ денегъ можно высылать при заказахъ почтовыя марки. При наложенномъ платежѣ на 10 коп. дороже съ посылки.
